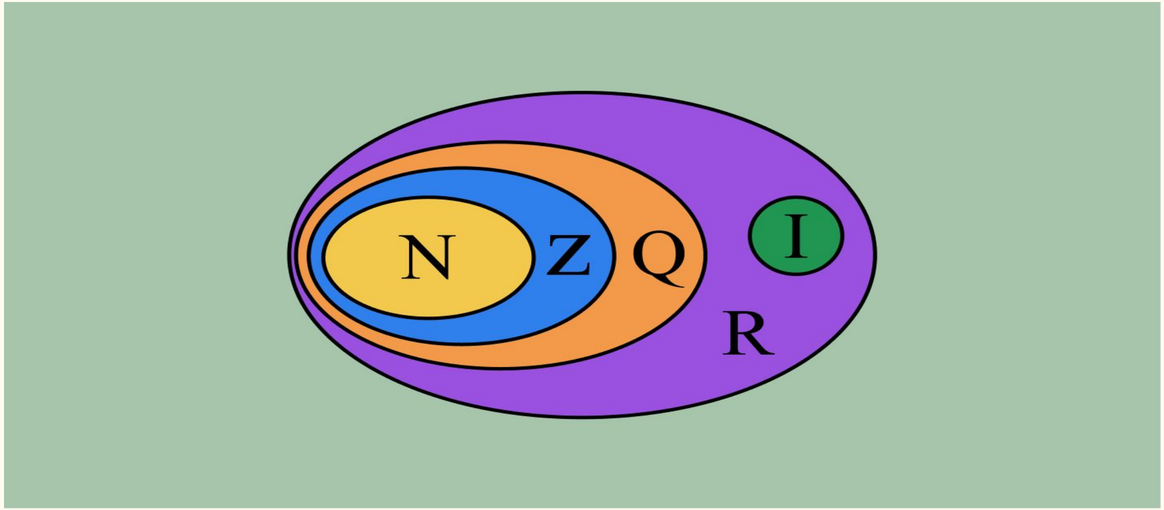
Curso de Nivelamento 2021

PET MATEMÁTICA UFTM

Conjuntos Numéricos

CONJUNTOS NUMÉRICOS



DESCRIÇÃO DOS CONJUNTOS

$R = Q \cup I$ (o conjunto dos Racionais é a União entre os Racionais [Q] e os Irracionais [I]);

I = Um numero cuja representação decimal infinita não é periódica. Ex: $\sqrt{2} =$ 1,4142135..., $\sqrt{3} =$ 1,7320508..., e = 2,7182818... e $\pi =$ 3,141592... ;

Q = o conjunto das frações a/b , onde $a \in Z$ e $b \in Z^*$, podendo ser uma decimal exata (1/2 = 0,5) ou uma dízima periódica (1/3 = 0.3333...);

Z = Esse conjunto e formado por todos os elementos de N (os Inteiros) e seus opostos (ou simetricos): {...,−5,−4,−3,−2,−1,0,1,2,3,4,5,...};

N = Chama-se conjunto dos numeros naturais o conjunto formado pelos números 0,1,2,3,... ;

OPERAÇÕES E RELAÇÕES ENTRE CONJUNTOS E OBJETO

Existe a União ($\cup$) de dois conjuntos - somando os elementos de todos os conjuntos em união; a Interseção ($\cap$) - tomando-se apenas os elementos em comum entre os conjuntos em questão, e a diferença de dois conjuntos (A—B) quando se retiram os elementos em comum dentre os conjuntos analisados.

Um elemento $\boldsymbol{x}$ pode existir ($\exists$) ou não existir ($\nexists$) em um conjunto $\boldsymbol{A}$. Temos também que um conjunto maior A pode conter ($\subset$) ou não conter um menor conjunto B. Ou pode também estar contido ($\supset$) ou não em um maior D.

Exercício de Conjuntos Numéricos

1- Sendo A={1,2}, B={2,3}, C={1,3,4} e D={1,2,3,4}, classifique em V (verdadeiro) ou F (falso) cada sentença abaixo e justifique.

a- $A \subset D$

b- $A \subset B$

c- $B \subset C$

d- $D \supset B$

e- $C = D$

f- $A \not\subset C$

Potenciação

DEFINIÇÕES E PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO ($4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$)

Definição 1: $a^0 = 1$; /// Definição 2: $a^1 = a$; /// Definição 3: $1^n = 1, \forall\ n \in R$; /// Definição 4: $0^n = 0$

Propriedade 1: $a^n \,.\, a^m = a^{n+m}$; // Propriedade 2: $a^m/a^n = a^{m-n}, \forall\ a \neq 0$; // Propriedade 3: $a^{-m} = 1/\ a^m$; // Propriedade 4: $(a/b)^n = a^n\ /\ b^n$; // Propriedade 5: $(a^m)^n = a^{m.n}$; // Propriedade 6: $-3^2 = -9$ e $(-3)^2 = 9$.

Exercício Potenciação

Reduza a uma potencia.

(a) $[(2^2)^5]$

(b) $4/8$

(c) (c) $5^2.5^5.5^{-1}$

(d) $3^4.9^5.(⅓)^5$

Radiciação

PROPRIEDADES DA RADICIAÇÃO ($\sqrt{a^n}$)

1ª Propriedade: $(3^7)^{1/7} = 3^{7/7} = 3^1 = 3$, onde o expoente 1/7 representa a raiz sétima (ou raiz de índice 7);

2ª Propriedade: $(5^7)^{1/3} = 5^{7/3} = 5^{7/3*2/2} = (5^{7*2})^{1/3*2} = (5^{14})^{1/6}$;

3ª Propriedade: $(24)^{1/5} = (8.3)^{1/5} = (8 \cdot 3)^{1/5} = (8)^{1/5} \,.\, 3^{1/5}$;

4ª Propriedade: $= (6^{1/3})^{1/4} = (6)^{1/3*1/4} = (6)^{1*1/\,3*4} = (6)^{1/12}$.

Exercício

Simplifique o radical: raiz quadrada de 2 ao cubo multiplicado por 5 à potência de 4 fim da raiz.

Gabarito

50 que multiplica a raiz de 2

Equação do 1º grau

Definição

Equação é toda sentença matemática **aberta** que exprime uma relação de igualdade.

Equação

“équa” - Igual

Equação do 1º grau na incógnita **x**, é toda equação que pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{ax = b,}$$

sendo **a** e **b** números reais, com **a** diferente de zero.

Exemplos e Casos:

É equação:

$4x - 7 = 32$

$x + 52 = 26$

Não é equação:

$7+5 = 3+9$

$x+1 < 8$

1º Caso: Possível e determinado → Um número finito de soluções; Ex: $4x + 5 = 9$

2º Caso: Possível e indeterminado → Admitem infinitas soluções; Ex: $3x + y = 17$

3º Caso: Impossível → Não admitem solução; Ex: $x + 2 = x - 5$

Exercício

***

(Unicamp-SP) Roberto disse a Amanda: “Pense em um número, dobre esse número, some 12 ao resultado, divida o novo resultado por 2. Quanto deu?” Amanda disse: “15”. Roberto imediatamente revelou o número original em que Amanda havia pensado. Calcule esse número.

Produtos Notáveis

Produtos Notáveis

são expressões do tipo: $(a + 7)^2$; $(b - 4)^3$, que podem ser resolvidas usando propriedade distributiva, mas por terem um resultado sempre com comportamento semelhante, recebem esse nome e podem ser resolvidas usando regras práticas, como:

a) Quadrado da soma de dois termos

$$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

b) Quadrado da diferença de dois termos

$$\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

c) Produto da soma pela diferença de dois termos

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

d) Cubo da soma de dois termos

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

e) Cubo da diferença de dois termos

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Exercício

O resultado $y^2x^2 - 4a^2$ é obtido por meio de qual dos produtos notáveis abaixo?

(a) $(yx + 2a)(yx - 2a)$

(b) $(yx + 2a)(yx + 2a)$

(c) $(x + a)(y?2)$

(d) $(y + a)(x + 2)$

(e) $(yx + 2a)^2$

Equação do 2º grau

O que é?

é toda equação que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais que exercem a função de coeficientes da equação, com, $a \neq 0$.

- Equação 2º grau completa:
  - $ax^2 + bx + c = 0$

Exemplo: $x^2 - 2x - 6 = 0$

- Equação 2º grau incompleta:
  - $ax^2 + bx = 0$
  - $ax^2 + c = 0$
  - $ax^2 = 0$

Exemplos: $x^2 + 7x = 0$

$2x^2 - 32 = 0$

$5x^2 = 0$

Como resolver?

- Equação do 2º grau incompleta, com b = 0
  - Isolando o membro com o termo que acompanha a incógnita, vejam:

$$2x^2 - 32 = 0 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} \rightarrow \mathbf{x = \pm\, 4}$$

- Equação do 2º grau incompleta com c = 0
  - Isolando o membro com o termo que acompanha a incógnita e colocando a incógnita em evidência:

$$x^2 + 7x = 0 \rightarrow x\,(x + 7) = 0;\ \mathbf{x = 0} \text{ e } x + 7 = 0 \rightarrow \mathbf{x = -7}$$

- Equação do 2º grau incompleta com b = c = 0

$$5x^2 = 0$$

Equação do 2º grau completa - Bháskara

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow X = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / 2a$

Exemplo:

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$$
$$\Delta = 4 + 12$$
$$\Delta = 16$$
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{-(-2) \pm 4}{2 \cdot 1}$$
$$x' = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ e } x'' = \frac{2-4}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

Portanto, as raízes da equação $x^2 - 2x - 3 = 0$ são 3 e -1.

Exercício

***

A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão $V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$ representa o volume (em m^3) de água presente no tanque no instante t (em minutos). Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?

Perímetro, área e volume

Perímetro

- Perímetro é a medida do comprimento de um contorno;
- Geralmente denotado por 2P ou P;
- Semiperímetro é a medida da metade do perímetro, geralmente denotado por P ou S.

2P = soma de todos os lados
P = metade do perímetro

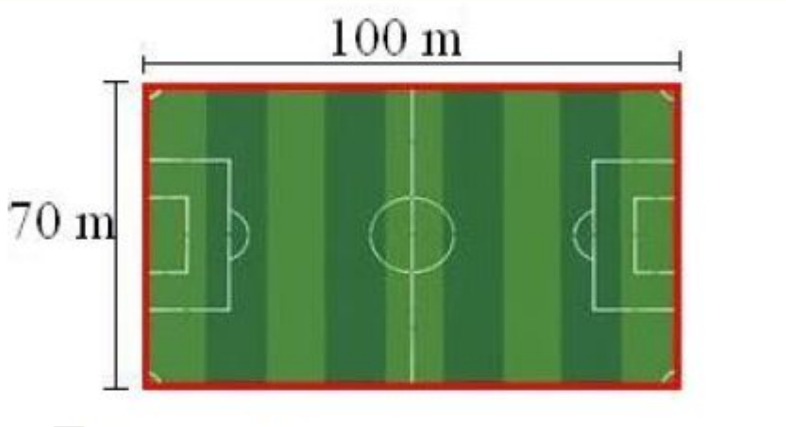
$$2P = x + y + x + y$$
$$2P = 2x + 2y$$
$$2P = 2(x + y)$$

Perímetro

$$P = x + y$$

Semiperímetro

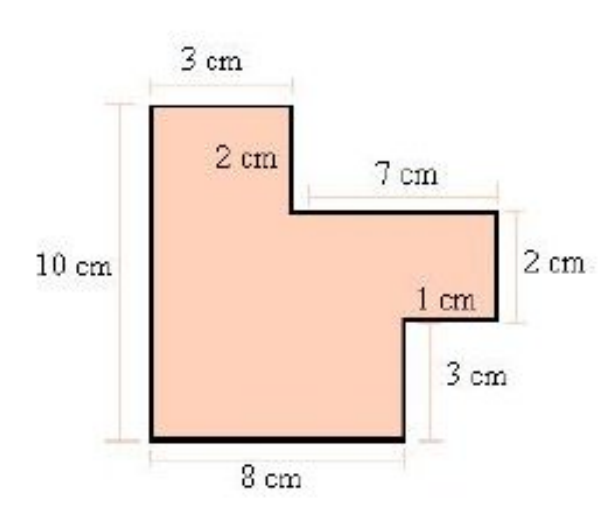
Exemplo



$$2P = x + y + x + y$$

$$2P = 100 + 70 + 100 + 70$$

$$2P = 340m \qquad P = 170m$$



$$2P = 3 + 2 + 7 + 2 + 1 + 3 + 8 + 10$$

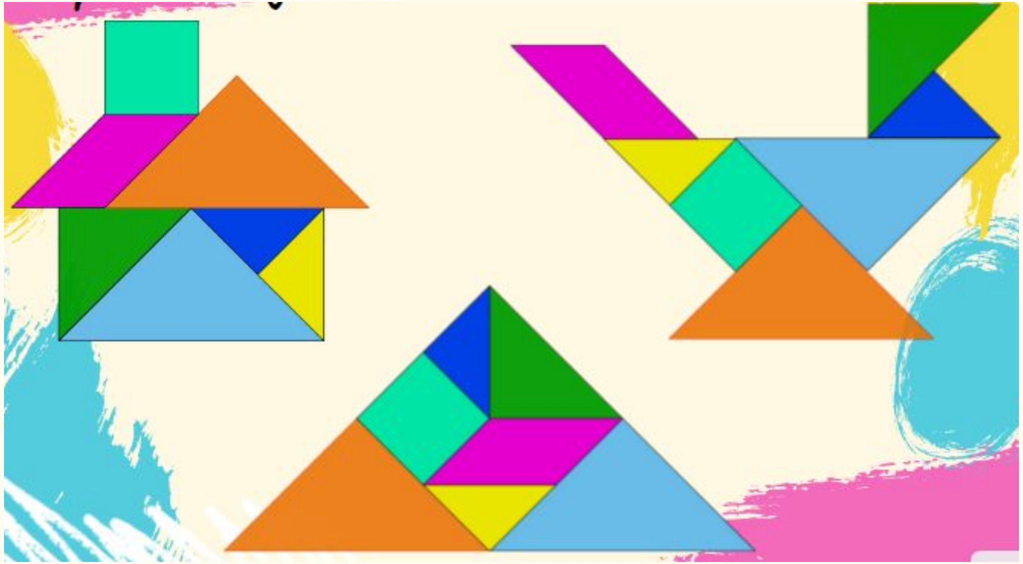
$$2P = 36cm \qquad P = 18cm$$

Área

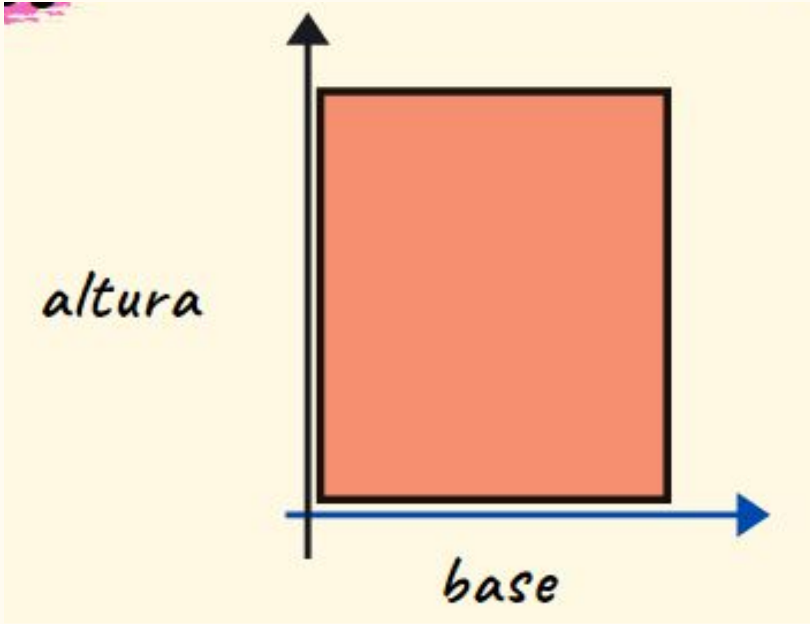
- A Área é a região plana interna delimitada pelos lados de um polígono, ou seja, a quantidade de espaço de uma superfície;

Área

- O valor da área de um polígono varia de acordo com seu formato. Cada polígono tem uma forma peculiar para calcular sua área.

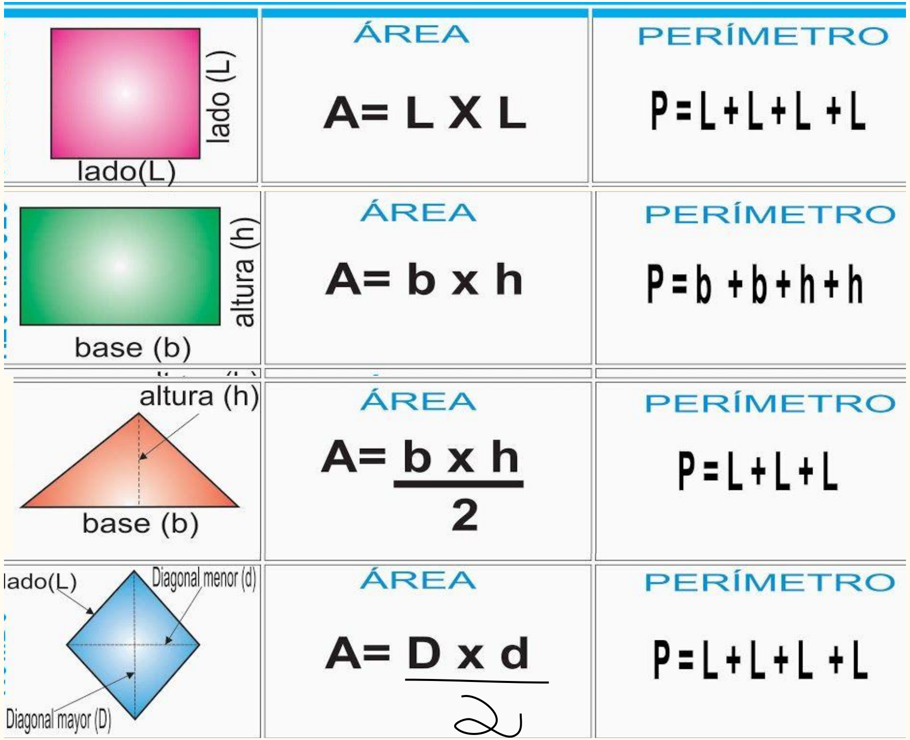


Área

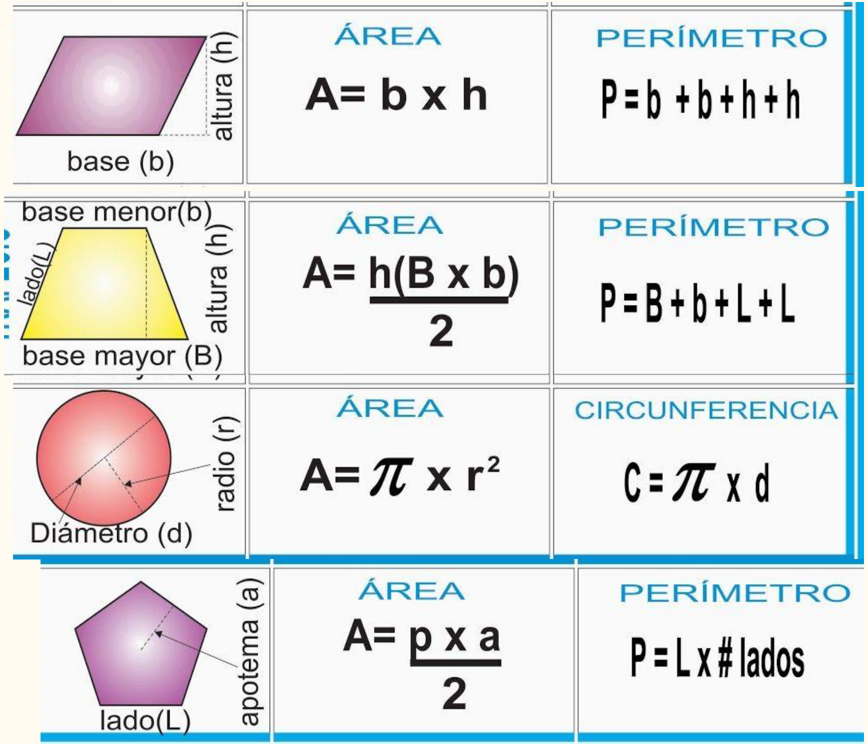


$$\text{Á}rea = a \times b$$

Fórmulas



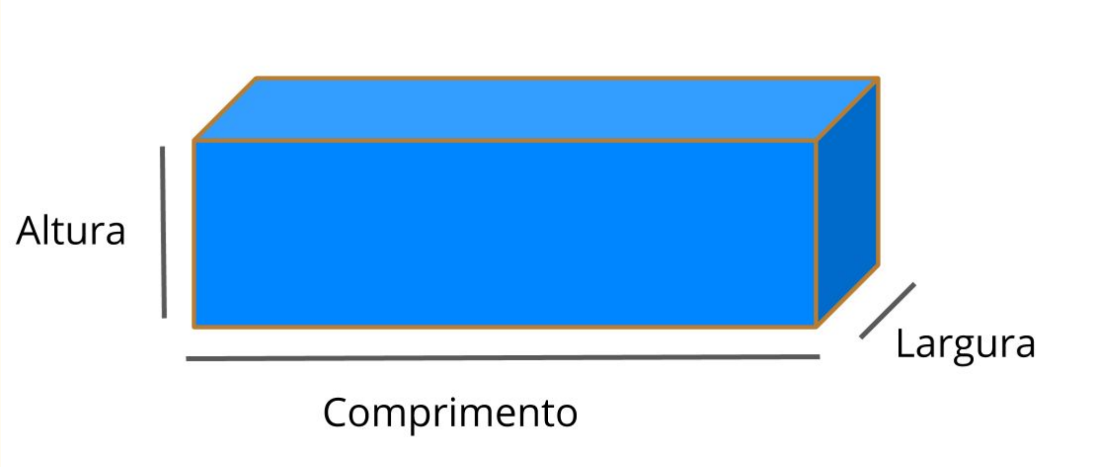
lado (L), lado(L)	ÁREA $A = L \times L$	PERÍMETRO $P = L + L + L + L$
altura (h), base (b)	ÁREA $A = b \times h$	PERÍMETRO $P = b + b + h + h$
altura (h), base (b)	ÁREA $A = \frac{b \times h}{2}$	PERÍMETRO $P = L + L + L$
lado(L), Diagonal menor (d), Diagonal mayor (D)	ÁREA $A = \frac{D \times d}{2}$	PERÍMETRO $P = L + L + L + L$



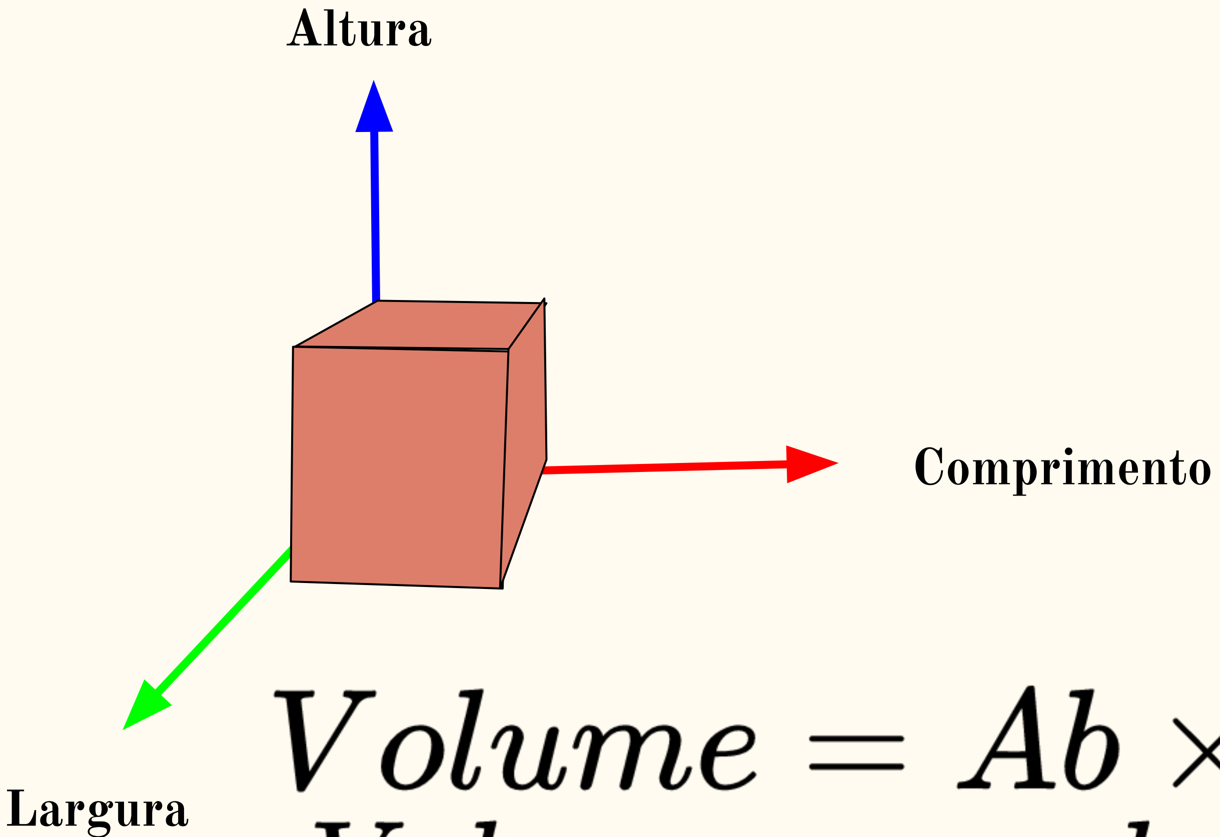
altura (h), base (b)	ÁREA $A = b \times h$	PERÍMETRO $P = b + b + h + h$
base menor(b), lado(L), altura (h), base mayor (B)	ÁREA $A = \frac{h(B \times b)}{2}$	PERÍMETRO $P = B + b + L + L$
radio (r), Diámetro (d)	ÁREA $A = \pi \times r^2$	CIRCUNFERENCIA $C = \pi \times d$
apotema (a), lado(L)	ÁREA $A = \frac{p \times a}{2}$	PERÍMETRO $P = L \times \#\,lados$

Volume

- Volume de um sólido é a quantidade de espaço que esse sólido ocupa. Nesse cálculo, temos que ressaltar as três dimensões do sólido, observando o seu formato.

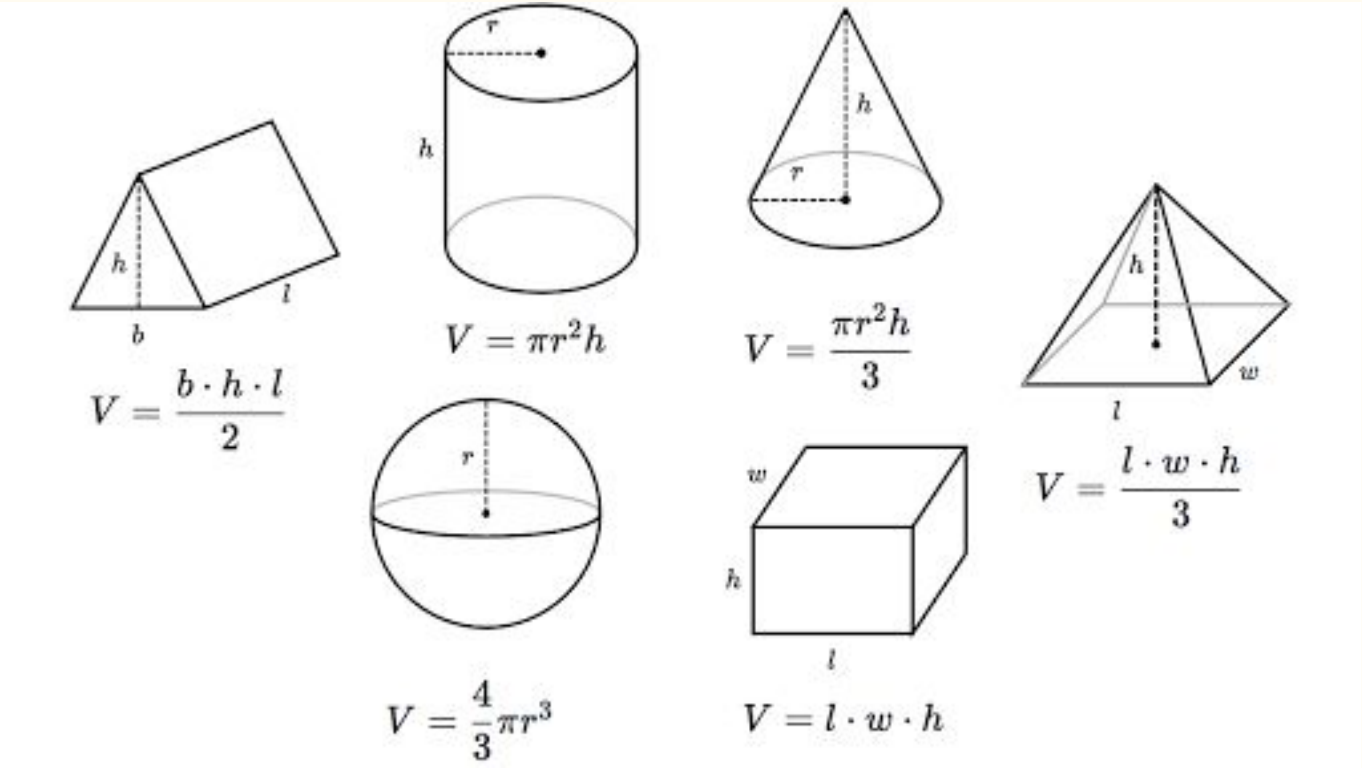


Volume



$$Volume = Ab \times h$$
$$Volume = a \times b \times c$$

Fórmulas



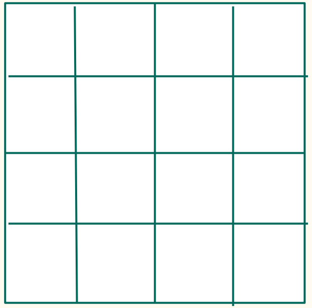
h
b
l
$V = \frac{b \cdot h \cdot l}{2}$
r
h
$V = \pi r^2 h$
h
r
$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
h
w
l
$V = \frac{l \cdot w \cdot h}{3}$
r
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
w
h
l
$V = l \cdot w \cdot h$

Exemplo

João está revestindo um piso quadrado com lajotas quadradas, de 45cm de lado, e utilizará, ao todo, 324 lajotas. O perímetro, em metros, desse piso é um número compreendido entre:

a) 8 e 10
b) 10 e 25
c) 25 e 30
d) 30 e 45

$$A = base \times altura$$
$$A = l \times l$$
$$A = l^2$$
$$324 = l^2$$
$$l = \sqrt{324}$$
$$l = 18\ lajotas$$



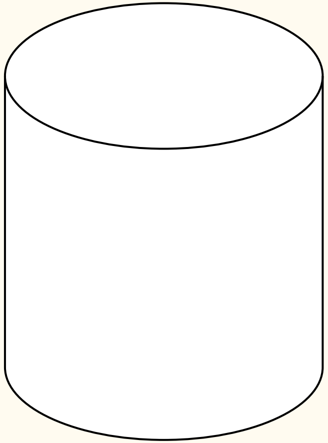
$$1\ lajota = 45cm = 0,45m$$
$$18 \times 0,45m = 8,1m\ de\ lado$$

$$2P = L + L + L + L$$
$$2P = 4 \times L$$
$$2P = 4 \times\ 8,1$$
$$2P = 32,4m$$

Exemplo

Um cilindro possui volume igual a 7850 cm3 e seu diâmetro mede 10 centímetros.

Qual é a medida da altura desse cilindro? (Considere pi = 3,14).



$$V = Ab \times h$$

$$V = (\pi \times r^2) \times h$$

$$7850 = (3,14 \times (5)^2) \times h$$

$$7850 = (3,14 \times 25) \times h$$

$$7850 = 78,5 \times h$$

$$h = \frac{7850}{78,5}$$

$$h = 100cm$$

Exercício

Considere um triângulo isósceles T cujo perímetro seja 70 cm, diminuindo 2 cm na base do triângulo e aumentando 5% nos lados de mesma medida, obtém-se outro triângulo isósceles P de mesmo perímetro. Quais são as dimensões dos dois triângulos?

Regra de três

Regra de Três Simples

- Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Área (m^2)	Energia (Wh)
1,2	400
1,5	x

Regra de três simples

1. Agrupar as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes;

2. Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais;

3. Montar a proporção e resolver a equação.

Diretamente e Inversamente Proporcionais

Área $\Downarrow$	Energia $\Downarrow$
$1,2$	400
$1,5$	x

$$\frac{1,2}{1,5} = \frac{400}{x}$$
$$1,2x = 1,5 \cdot 400$$
$$x = \frac{600}{1,2}$$
$$x = 500$$

Velocidade $\Uparrow$	Tempo $\Downarrow$
400	3
480	x

$$\frac{3}{x} = \frac{480}{400}$$
$$480x = 3 \cdot 400$$
$$x = \frac{1200}{480}$$
$$x = 2,5$$

Regra de Três Composta

- A regra de três é classificada como composta quando o problema apresentado envolve mais de duas grandezas, com isso utilizando das proporções obtemos o valor que falta a partir dos outros que já foram determinados

Comprimento (muro)	Altura (muro)	Baldes de tinta
18	5	X
12	3	4

Regra de três composta

1. Agrupar as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes;

2. Isolar a grandeza cujo valor é desconhecido. E em seguida relacionar as outras grandezas com a isolada, uma de cada vez, classificando quanto a proporcionalidade (diretamente ou inversamente);

3. Montar a proporção e resolver a equação, considerando que para montar a equação igualamos o valor desconhecido da grandeza destacada com os valores das outras grandezas e o lado da equação que contém os valores das frações conhecidos deve ter as frações multiplicadas.

Diretamente e Inversamente Proporcionais

Comprimento (muro)	Altura (muro)	Baldes de tinta
18	5	X
12	3	4

$$\frac{X}{4} = \frac{18}{12} * \frac{5}{3} \Longrightarrow X = 4 * \frac{90}{36} \Longrightarrow X = 10$$

n^o de pedreiros	n^o de barracões	Tempo (dias)	Horas/dia
18	10	25	X
12	6	30	6

$$\text{Temos: } \frac{X}{6} = \frac{12}{18} * \frac{10}{6} * \frac{30}{25} \Longrightarrow X = 6 * \frac{3600}{2700} \Longrightarrow X = 8$$

Exemplo

Um operário trabalhou 8 horas por dia durante 12 dias e ganhou R$ 1000,00. Quanto teria recebido se tivesse trabalhado 10h por dia durante 15 dias?

$$\begin{array}{ccc} horas & dias & R\$ \\ 8 & 12 & 1000 \\ 10 & 15 & x \end{array}$$

$$\frac{1000}{x} = \frac{8}{10} \times \frac{12}{15}$$

$$\frac{1000}{x} = \frac{96}{150}$$

$$96x = 150000$$

$$x = \frac{150000}{96}$$

$$x = 1562,50\ reais$$

Exercício

Três pedreiros constroem 150 metros de muro com 3 metros de altura, em 5 dias, trabalhando 10 horas por dia. Determinar quantos dias serão necessários para que 5 pedreiros construam 240 metros de muro, com 1,5 metros de altura, trabalhando 5 horas por dia.

Sistemas

EQUAÇÕES LINEARES

As equações que formam o sistema são aquelas cujas incógnitas são elevadas ao expoente 1.

Seja x_1, x_2, x_3,..., x_n incógnitas cujo o expoente é 1, as equações do tipo $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b$, são equações lineares em que os termos a_{11}, a_{12}, a_{13}, ..., a_{1n} são todos números reais, chamados coeficientes, e *b* é o termo independente da equação. Como por exemplo:

$$3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - x_4 = 5$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 0$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 4$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 0$$

✔

$$2{x_1}^2 + 4x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 + \sqrt{x_2} - x_3 = 4$$

❌

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Entendemos que um Sistema Linear m×n é o conjunto composto por "m" equações lineares e "n" incógnitas, podendo ser representado como:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

m×n (Lê-se "m por n")

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$$

É um sistema linear 2×2
(2 equações e 2 incógnitas)

$$\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x - y - z = -1 \\ x - y + z = 8 \end{cases}$$

É um sistema linear 3×3
(3 equações e 3 incógnitas)

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ 3x - y + z = 6 \end{cases}$$

Com base no que foi visto, como é composto o sistema linear ao lado?

$\boxed{}$ x $\boxed{}$

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

Dizemos que $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ é solução de um sistema linear quando os valores satisfizerem simultaneamente todas as equações do sistema. Para obter os valores da solução de um sistema utilizamos alguns métodos como os abaixo:

1 ***Método da Adição***: consiste em somarmos as variáveis semelhantes das duas equações no intuito de obter resultado igual a zero.

$$\begin{cases} x + 2y = 17 \\ x - 2y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + 2y = 17 \\ + \quad x - 2y = -11 \\ \hline 2x = 6 \\ x = 3 \end{array}$$

Substituindo $x = 3$

$$x + 2y = 17$$
$$3 + 2y = 17$$
$$2y = 17 - 3$$
$$2y = 14$$
$$y = 7$$

S(3,7)

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

2 ***Método da Substituição***: consiste em trabalhar qualquer equação do sistema de forma a isolar uma das incógnitas, substituindo o valor isolado na outra equação.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x - y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} x - y = -3 \\ x = -3 + y \end{array}$$

Substituindo x = 3—y na primeira equação:

$$2x + 3y = 19$$
$$2 \cdot (-3+y) + 3y = 19$$
$$-6 + 2y + 3y = 19$$
$$2y + 3y = 19 + 6$$

$$5y = 25$$
$$y = 25 \div 5$$
$$y = 5$$

Para finalizar, calculamos o valor de x utilizando a seguinte equação:

$$x = -3 + y$$
$$x = -3 + 5$$
$$x = 2$$

S(2,5)

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR

3 ***Método do Escalonamento***: Um sistema de equações lineares é dito escalonado quando:

1. Todas as equações apresentam as incógnitas em uma mesma ordem;
2. O número de coeficientes nulos que precedem o primeiro não nulo de cada equação aumenta de uma equação para outra

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 0 \\ \quad\quad 2y - 3z = 8 \\ \quad\quad\quad\quad 5z = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 1ª equação sempre se mantém

$\Rightarrow$ Multiplica-se a 1ª por -3 e soma-se com a 2ª

$\Rightarrow$ Multiplica-se a 1ª por -2 e soma-se com a 3ª

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 0x - 5y - 4z = -2 \\ 0x - 4y - z = -3 \end{cases}$$

Eliminamos assim, a incógnita "x" da 2ª e 3ª equação, falta, dessa forma, eliminarmos a incógnita "y" da 3ª equação

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -5y - 4z = -2 \\ -4y - z = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 1ª equação sempre se mantém

$\Rightarrow$ Conserva-se a nova equação formada

$\Rightarrow$ Multiplica-se a 2ª equação por -4;
Multiplica-se a 3ª equação por 5;
Soma-se esses valores:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -5y - 4z = -2 \\ 0y + 11z = -7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -4(-5y - 4z = -2) &= \quad +20y + 16z = +8 \\ +5(-4y - z = -3) &= \quad + \; -20y - 5z = -15 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -5y - 4z = -2 \\ 11z = -7 \end{cases}$$

Basta resolver as equações

$$11z = -7$$
$$z = \frac{-7}{11}$$

$$-5y - 4z = -2$$
$$-5y - 4({}^{-7}/_{11}) = -2$$
$$-5y {}^{+28}/_{11} = -2$$
$$-5y = -2\ {}^{-28}/_{11}$$
$$-5y = {}^{(-22-28)}/_{11}$$
$$-5y = {}^{-50}/_{11}$$
$$5y = {}^{50}/_{11}$$
$$y = ({}^{50}/_{11})/5$$
$$y = {}^{50}/_{55}$$
$$y = \frac{10}{11}$$

$$x + y + z = 2$$
$$x + {}^{10}/_{11} + ({}^{-7}/_{11}) = 2$$
$$x + {}^{3}/_{11} = 2$$
$$x = 2 - {}^{3}/_{11}$$
$$x = {}^{22\,-\,3}/_{11}$$
$$x = \frac{19}{11}$$

$S({}^{19}/_{11}, {}^{10}/_{11}, {}^{-7}/_{11})$

EXERCÍCIOS

1- Obtenha o conjunto solução dos sistemas abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Obs.: deve ser resolvido pelo método da adição

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Obs.: deve ser resolvido pelo método da substituição

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

Obs.: deve ser resolvido pelo método do escalonamento

Matrizes

MATRIZES

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

DESCRIÇÃO DE MATRIZES

Como exemplificado na imagem do slide anterior, uma matriz m x n (com leitura m por n), é um conjunto de elementos estruturado com m linhas e n colunas, sendo m e n números naturais e não nulos. Enumera-se contando linhas de cima para baixo e colunas da esquerda para a direita.

Em uma matriz qualquer, cada número é representado por a_{ij}, em que a é o número, i representa o número da sua linha e j o número de sua coluna.

MATRIZES ESPECIAIS

★ **Matriz linha:** Matriz com apenas uma linha (1 x n).
★ **Matriz coluna:** Matriz com apenas uma coluna (m x 1).
★ **Matriz quadrada:** Matriz na qual o número de linhas é igual ao de colunas ($n \times n$).
★ **Matriz nula:** Matriz na qual todos os elementos são iguais a 0.
★ **Matriz diagonal:** Matriz quadrada na qual todos os elementos que não estiverem na diagonal principal são iguais a 0.
★ **Matriz identidade:** Matriz diagonal em que todos os elementos não nulos são iguais a 1

IGUALDADE DE MATRIZES

Dadas duas matrizes, A e B, as duas só poderão ser consideradas iguais se todos os seus elementos correspondentes forem iguais e as matrizes de mesmo tipo.

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix}_{3x2} \qquad B = \begin{bmatrix} -50 & 11 \\ 63 & -7 \\ 8 & -10 \end{bmatrix}_{3x2}$$

Ou seja, os elementos que estão nas mesmas linhas e colunas de cada matriz são iguais.

ADIÇÃO DE MATRIZES

Só é possível caso as duas matrizes que estão sendo somadas forem do mesmo tipo e resulta em outra matriz, também do mesmo tipo, em que seus elementos são resultantes da soma dos elementos correspondentes das matrizes que estão sendo somadas.

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A+B= \begin{bmatrix} 1+1 & 2+2 \\ 5+5 & 4+4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO DE MATRIZES

I. Associativa: (A+B)+C = A+ (B+C) quaisquer que sejam A, B e C do tipo m×n.

II. Comutativa: A+B = B+A quaisquer que sejam A e B do tipo m×n.

III. Elemento neutro: ∃ M tal que A+ M = A, qualquer que seja A do tipo m×n e M é matriz nula. ´

IV. Simétrico: ∃ A’ 0 tal que A+A’ 0 = M, qualquer que seja A do tipo m×n. A subtração é definida da mesma forma que a adição.

PRODUTO DE UM NÚMERO POR MATRIZ

Uma matriz poderá ser multiplicada por um número real e resultará em uma matriz onde todos os seus elementos são multiplicados pelo número real em questão.

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2.A = \begin{bmatrix} 2.2 & 2.3 \\ 2.6 & 2.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 12 & 8 \end{bmatrix}$$

PROPRIEDADES DO PRODUTO DE UM NÚMERO POR MATRIZ

I. **Associativa:** $a \cdot (b \cdot A) = (ab) \cdot A$

II. **Distributiva:** $a \cdot (A+B) = a \cdot A + a \cdot B$

III. **Distributiva:** $(a+b) \cdot A = a \cdot A + b \cdot A$

IV. **Elemento neutro:** $1 \cdot A = A$ onde $Am \times n$ e $Bm \times n$ são matrizes quaisquer e $a,b \in R$.

PRODUTO ENTRE MATRIZES

Para que seja possível a multiplicação entre duas matrizes quaisquer, tomemos A e B como exemplo para a multiplicação B x A, é necessário que o número de linhas de B se iguale ao número de colunas de A. O produto resultante da operação será uma matriz nova que irá ter o número de linhas de B e o número de colunas de A.

Ex:

$$B\,.\,A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1).1+3.3 & (-1).2+3.4 \\ 4.1+2.3 & 4.2+2.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

PROPRIEDADES DE PRODUTO ENTRE MATRIZES

I. $AB \neq BA$

II. **Associativa:** $(AB)C = A(BC)$.

III. **Distributiva:** $A(B+C) = AB+AC$.

IV. **Distributiva:** $(A+B)C = AC + BC$.

V. **Elemento neutro:** $IA = A$, sendo I a matriz identidade

MATRIZ TRANSPOSTA

Chamamos de matriz transposta, quando fazemos das linhas de uma matriz as colunas e vice-versa.

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Exercício

$$Sejam\ A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}\ e\ B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 9 & -20 \end{bmatrix}.$$

$$Calcule\ o\ produto\ A \cdot B$$

REFERÊNCIAS

Fonte imagem Conjuntos, acesso em 31/03/2021. https://conhecimentocientifico.r7.com/conjuntos-numericos/

Fonte imagem Matrizes, acesso em 01/04/2021. https://escolaeducacao.com.br/tipos-de-matrizes/

Fonte imagem Igualdade de matrizes, acesso em 01/04/2021. https://brasilescola.uol.com.br/matematica/

Fonte imagem Adição de matrizes, acesso em 01/04/2021. https://escolaeducacao.com.br/matrizes/soma-matrizes/

Fonte imagem Produto de um número por matriz, acesso em 01/04/2021. https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/multiplicacao-de-matrizes

Fonte imagem Produto entre matrizes, acesso em 01/04/2021. https://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes4.php

Fonte imagem Matriz transposta, acesso em 01/04/2021. https://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes4.php

Fonte exercício Radiciação, acesso em 10/04/2021. https://www.todamateria.com.br/radiciacao-exercicios/