Curso de Funções

PET - Matemática

PET MATEMÁTICA
UFTM

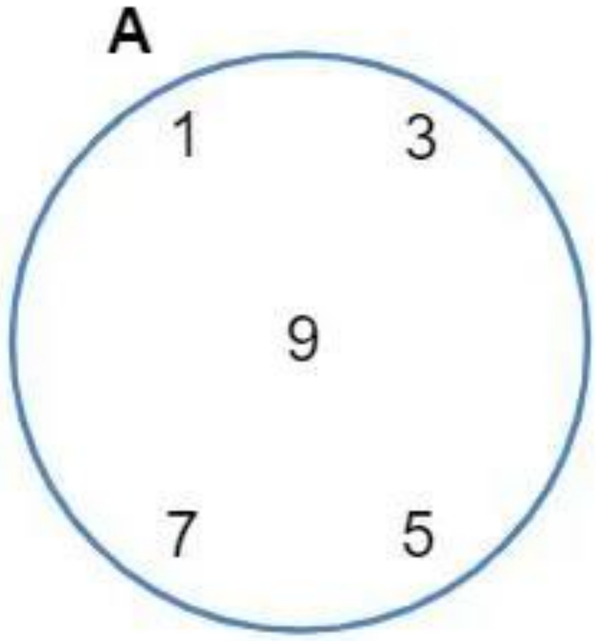
Conjuntos

- É uma noção primitiva e aparece intuitivamente quando consideramos um agrupamento qualquer.

- Um conjunto é formado por objetos, chamados de seus **elementos**.

- Esses conjuntos podem ser representados por meio de um diagrama.

Figura - Diagrama de Venn



Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Relação entre o elemento e conjunto

Se um objeto x goza das propriedades ou satisfaz as condições do conjunto A, dizemos então que x pertence a A.

Usaremos a seguinte notação: $x \in A$

Embora se, um objeto x não satisfaz as condições e/ou não goza das propriedades de A, dizemos então que x não pertence a A.

Usaremos a seguinte notação: $x \notin \mathrm{A}$

Exemplos:

- Dado um conjunto $A = \{a|a \text{ é } um\ numero\ natural\ multiplos\ de\ 3\}$.

  $A = \{0,3,6,9, \dots\}$, o conjunto A é um exemplo de conjunto Infinito.

- Dado um conjunto $B = \{b|b \text{ é}divisor\ positivo\ de\ 6\}$.

  $B = \{1,2,3,6\}$, o conjunto B é um exemplo de conjunto Finito.

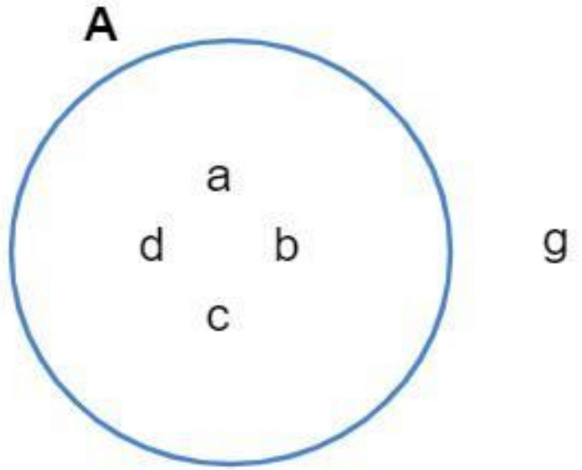
- Dado um conjunto $C = \{c|c \text{ é } um\ numero\ primo\ par\}$.

  $C = \{2\}$, o conjunto C é um exemplo de conjunto Unitário.

- Dado um conjunto $D = \{d|d \text{ é } um\ numero\ inteiro\ de\ d\ 2 = 2\}$.

  $D = \{\ \}\ ou\ \emptyset$, o conjunto D é um exemplo de conjunto Vazio.

Considere o conjunto A = {a, b, c, d}. Analisando-o, percebemos que **g**, por exemplo, não pertence a ele, assim, no diagrama de Venn, temos:



$$a \in A; b \in A; c \in A \text{ e } d \in A$$

$$g \notin A$$

Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Um conjunto A é igual a um conjunto B, se, e somente se, tiverem os mesmos elementos.

Se em um conjunto A, todos os elementos pertencem também a um conjunto B, dizemos que A é um subconjunto de B.

A está contido em B

$$A \subset B$$

Ou

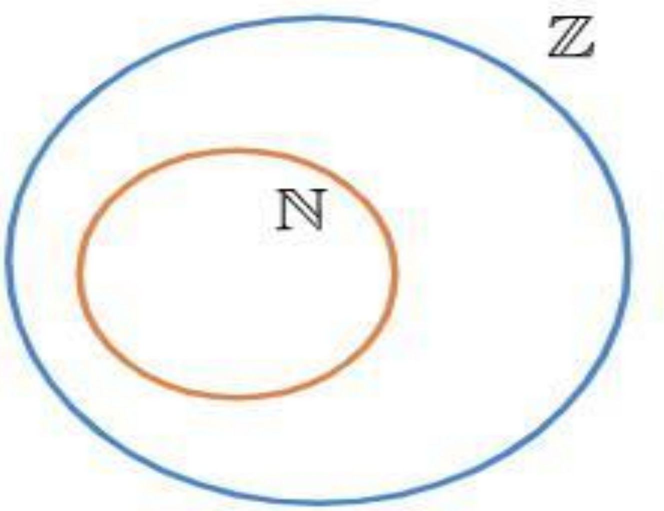
B contém A

$$B \supset A$$

$\subset \rightarrow$ *Contido*

$\not\subseteq \rightarrow$ *Não contido*

A relação entre conjunto dos números naturais e conjunto dos números inteiros. Sabemos que o conjunto dos números naturais é subconjunto do conjunto dos números inteiros, isto é, o conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros.



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Operações entre conjuntos

Dados os conjuntos A e B, definimos a união de A e B o conjunto formado pelos elementos de A ou de B. Denotamos a união de A e B por:

$$A \cup B$$

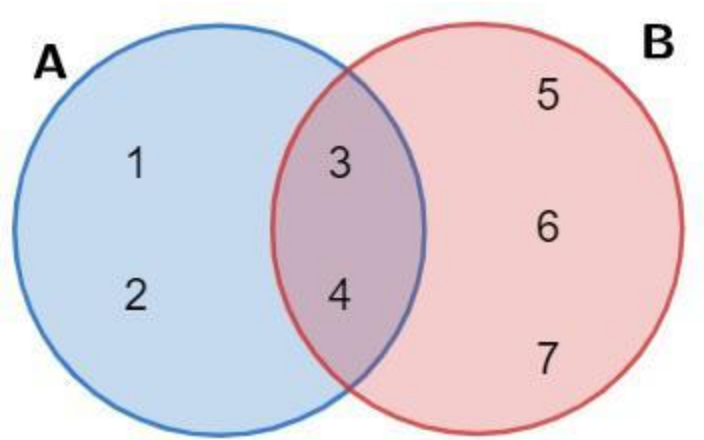
$$x \in (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \textbf{ ou } x \in \mathrm{B}$$

Exemplo:

Considere os conjuntos A = {1, 2, 3, 4} e B = {3, 4, 5, 6, 7}. A união entre eles é dada por:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

No diagrama de Venn ficaria da seguinte forma:



Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Intersecção de conjuntos

Dados os conjuntos A e B, definimos a intersecção de A e B o conjunto formado pelos elementos de A e de B. Denotamos a intersecção de A e B por:

$$A \cap B$$

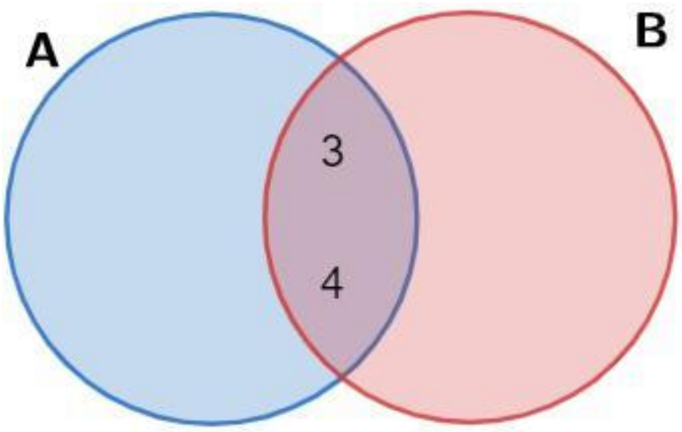
$$x \in (A \cap B) \Leftrightarrow x \in A \textbf{ e } x \in B$$

Exemplo:

Considerando novamente os conjuntos A = {1, 2, 3, 4} e B = {3, 4, 5, 6, 7}, temos que os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B, simultaneamente, são:

$$A \cap B = \{3, 4\}$$

No diagrama de Venn ficaria da seguinte forma:



Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Diferença entre dois conjuntos

Dados os conjuntos A e B, definimos que a diferença de A e B, nessa ordem, é o conjunto formado pelos elementos que são elementos de A e não são elementos de B. Denotamos a diferença de A e B por:

$$A - B$$

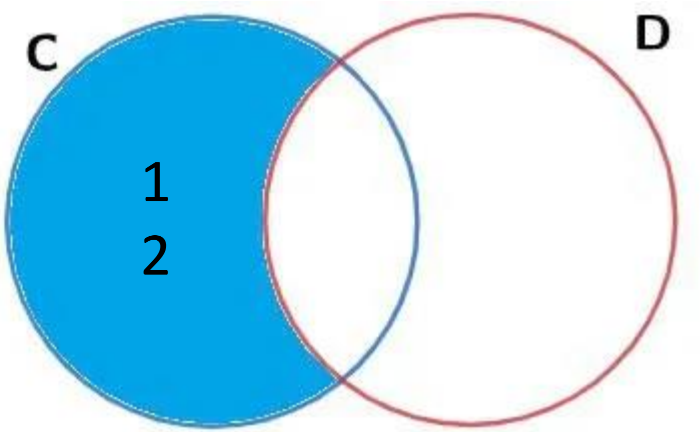
$$x \in (A - B) \Leftrightarrow x \in A \textbf{ e } x \notin \mathrm{B}$$

Exemplo:

Considerando novamente os conjuntos C = {1, 2, 3, 4} e D = {3, 4, 5, 6, 7}, temos que os elementos que pertencem ao conjunto C e não pertence ao conjunto D, simultaneamente, são:

C - D = {1, 2}

No diagrama de Venn ficaria da seguinte forma:



Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/diagrama-de-venn.htm

Conjunto complementar

Dados os conjuntos A e B, com $A \subset B$, definimos que o complementar de A em relação a B, é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a B que não pertencem a A. O complementar de A em relação a B é denotado por:

$$C_B A$$

$$x \in C_B A \Leftrightarrow x \in B \textbf{ e } x \notin \mathrm{A}$$

Seria a mesma coisa que o conjunto (B - A)

Conjuntos Numéricos

Temos os seguintes conjuntos numéricos:

- Conjunto dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5, \dots \}$$

- Conjuntos dos números inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\dots , -3, -2, -1,0,1,2,3, \dots \}$$

- Conjunto dos números racionais

$$\mathbb{Q} = \{\, a/b \mid a \text{ e } b \in \mathbb{Z}, \text{com } b \neq 0\}$$

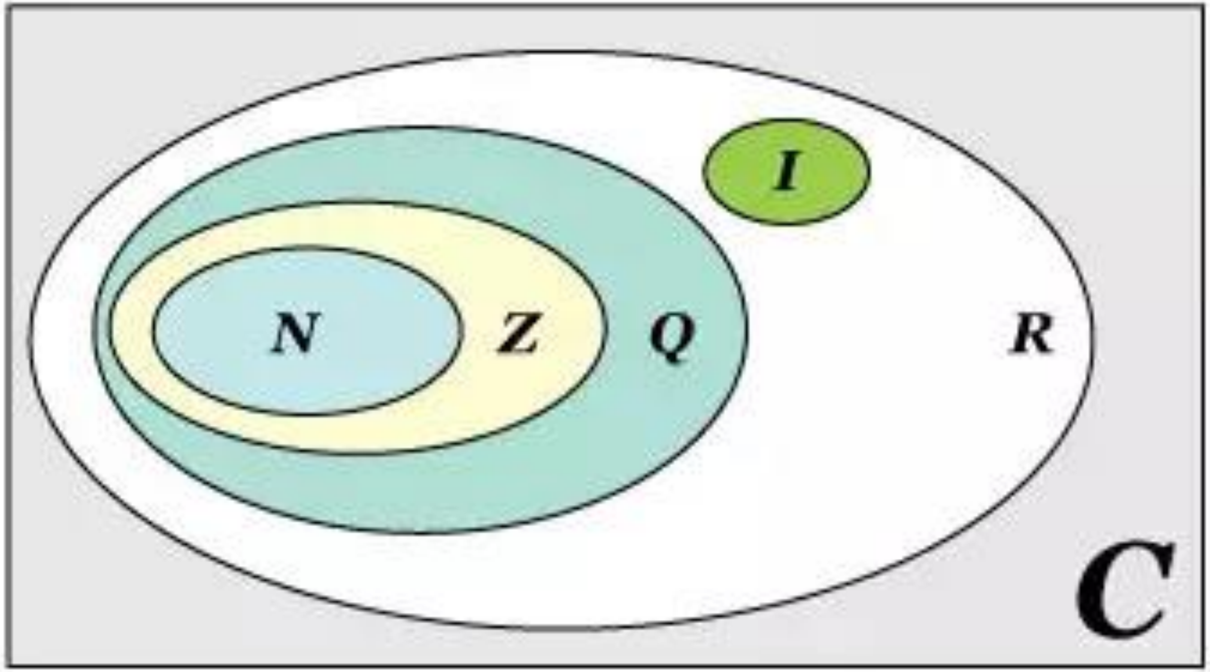
Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números reais

$$\mathbb{R} = \{(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}) \cup \boldsymbol{I}\ \}$$

- Conjunto dos números irracionais

$$\mathrm{I} = \{\mathbb{R} - \mathbb{Q}\}$$



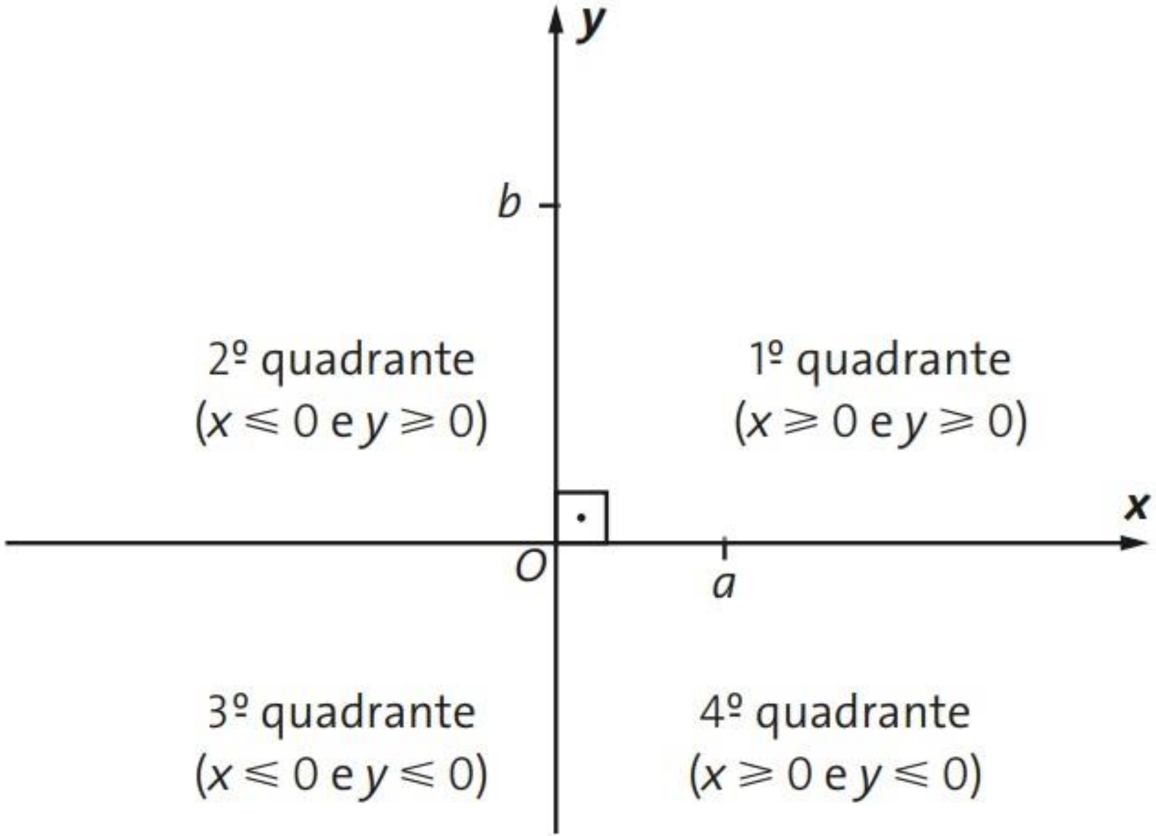
Fonte:https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/numeros-complexos

Sistema cartesiano ortogonal de coordenadas

Dados dois conjuntos A e B não vazios, denominamos o produto cartesiano de A por B, indicado por $A \times B$, o conjunto cujos elementos são todos os pares ordenados (x, y), em que a primeira coordenada pertence a A e a segunda, a B.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \ e \ y \in B\}$$

Uma maneira de representar essa relação é por meio do plano cartesiano ortogonal, que consiste em um plano com dois eixos perpendiculares, x e y. O horizontal x é denominado eixo das abscissas e o vertical y, eixo das ordenadas. Os eixos se cruzam em um ponto denominado origem. Esses eixos se dividem o plano em quatro regiões (quadrantes).



Fonte: https://www.todoestudo.com.br/matematica/plano-cartesiano

Exercícios:

1) A união dos conjuntos $A = \{x|x$ é um número primo e $0 < x < 10\}$ e $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ é dada por:

1) Sabendo que $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{6, 7, 8, 9\}$ e $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, quais são os elementos do conjunto $(A \cap B) \cup C$?

Funções

Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento de x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B. Essa função é indicada por:

$$f : A \longrightarrow B$$

Gráfico de uma função

Para construirmos um gráfico de uma função f, indicamos em um plano cartesiano os pares (x,y), com $x \in D(f)$ e $y = f(x)$.

Exemplo:

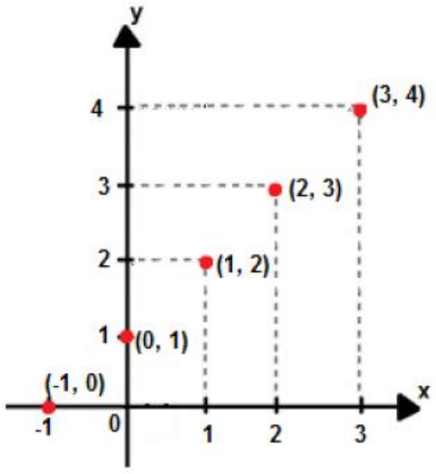
Seja a função $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = x + 1$

Quadro 1 - Valores que g(x) assume no ponto x

$y = x + 1$		
x	**y**	**(x, y)**
$0 = x + 1 \rightarrow x = -1$	0	(–1, 0)
0	$y = 0 + 1 \rightarrow y = 1$	(0, 1)
1	$y = 1 + 1 \rightarrow y = 2$	(1, 2)
2	$y = 2 + 1 \rightarrow y = 3$	(2, 3)
3	$y = 3 + 1 \rightarrow y = 4$	(3, 4)

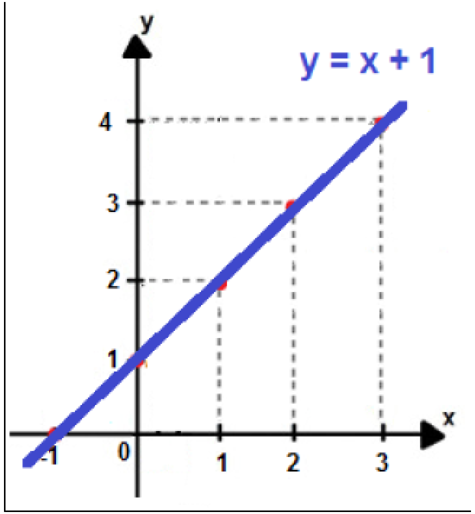
Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/como-construir-grafico-umafuncao.htm

Figura 3 - Pares ordenados no plano



Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/como-construir-grafico-uma-funcao.htm

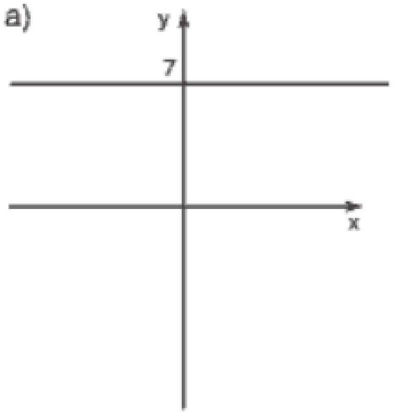
Gráfico da função g(x)=x+1



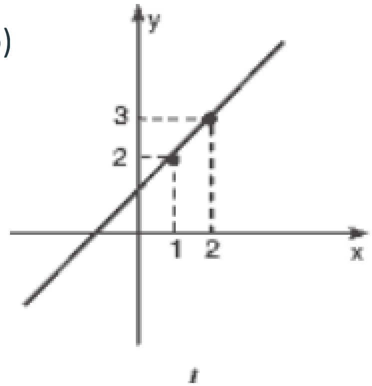
Fonte:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/como-construir-grafico-uma-funcao.htm

Exercícios

Identificar a função dada pelo gráfico:



b)

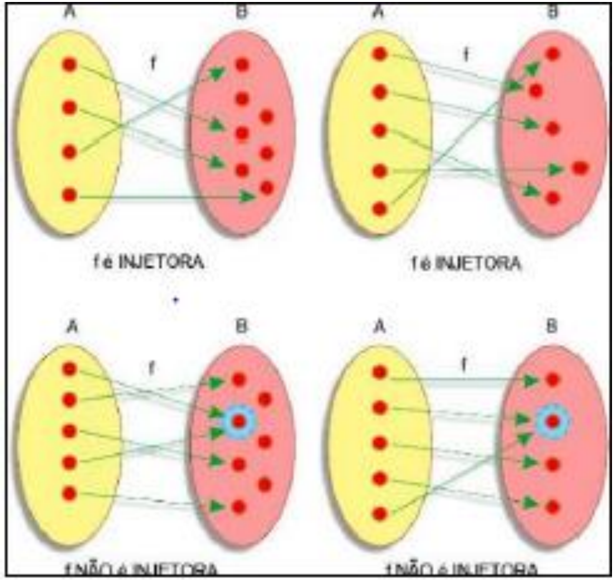


CLASSIFICAÇÃO DE FUNÇÕES

Uma função pode ser injetiva, pode ser sobrejetiva e quando a função é injetiva e sobrejetiva, simultaneamente, dizemos que a função é bijetiva. E temos a função inversa.

Função injetora

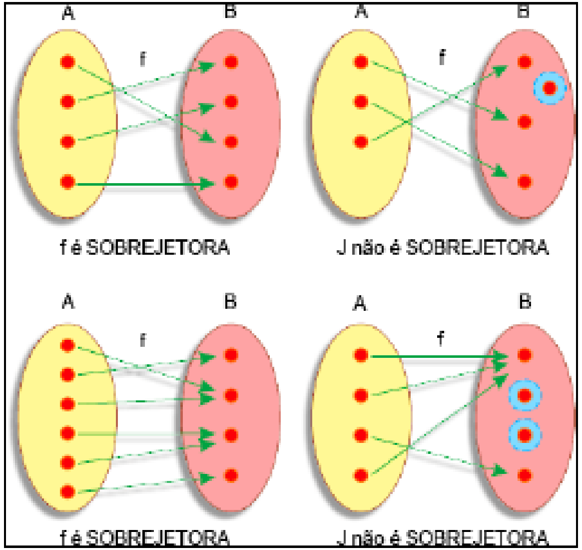
Dizemos que uma função f é injetiva quando elementos diferentes do domínio estão associados a elementos distintos do contradomínio.



Fonte: http://engenhariaexercicios.com.br/pre-calculo/funcoes-sobrejetoras-injetoras-e-bijetoras/

Função sobrejetora

Dizemos que uma função é sobrejetiva quando todos os elementos do contradomínio estão associados com algum elemento do domínio. Uma função f é sobrejetora se, e somente se, para todo $y \in CD(f)$, existir um $x \in D(f)$, tal que $f(x)=y$.

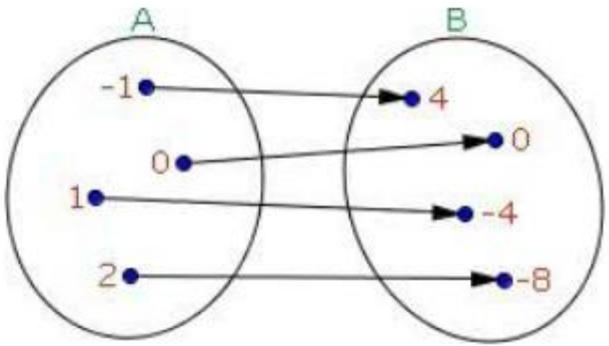


Fonte: http://engenhariaexercicios.com.br/pre-calculo/funcoes-sobrejetoras-injetoras-e-bijetoras/

Função bijetora

Dizemos que uma função é bijetiva quando f é injetiva e sobrejetiva simultaneamente.

Uma função f é bijetora se, e somente se, para todo $x1 \in D(f)$ e $x2 \in D(f)$, com $x1 \neq x2$, tivermos $f(x1) \neq f(x2)$ e $CD(f) = Im(f)$.



Fonte:https://www.todamateria.com.br/funcao-bijetora/

Função inversa

Dada uma função bijetora $f:A\longrightarrow B$, dizemos que uma função $g:B\longrightarrow A$ é inversa de f se, para todo $a\in A$ e $b\in B$ tal que $f(a)=b$ tem-se que $g(b)=a$. Em geral, indicamos a função inversa de f por $f{-1}$, ou seja:

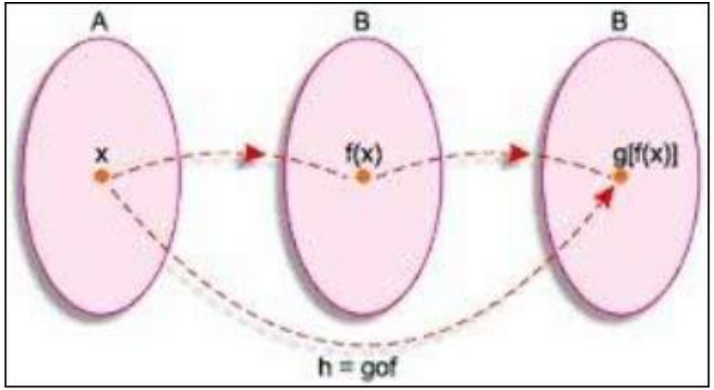
$$f{-1}=g$$

Função composta

Dada uma função f ($f: A \rightarrow B$) e uma função g ($g: B \rightarrow C$), a função composta de g com f é representada por gof. Já a função composta de f com g é representada por fog.

$$fog\ (x) = f(g(x))\quad gof\ (x) = g(f(x))$$

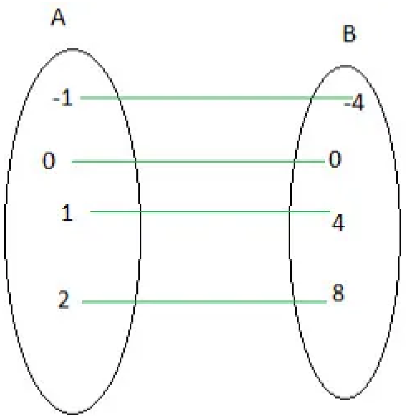
Diagrama de Função Composta



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-composta/

Exercícios

1- Defina a função abaixo e classifique-a em injetora, sobrejetora ou bijetora.

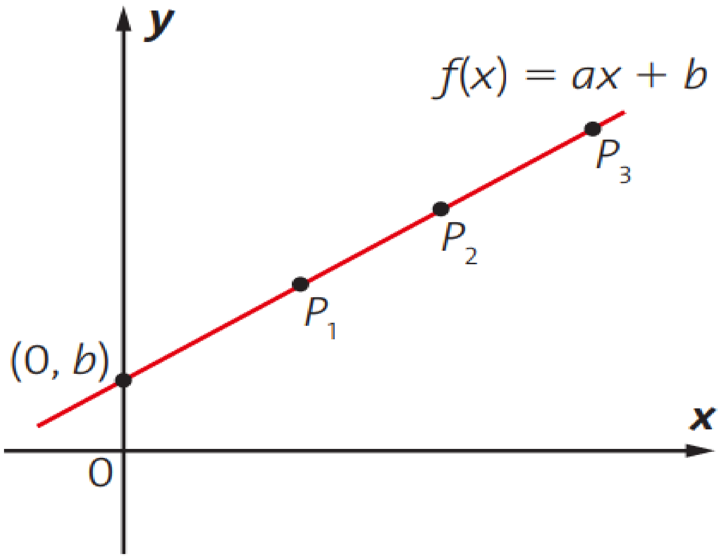


2- Dada a função **f:R →R** definida por: $f(x) = x^2$. Determinar f(0), f(-1), f (-2), f(1), f(2) e o tipo de função.

Função Afim

- Uma função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $ax + b$, com a e b reais, é chamada de **função afim.**

$$f = ax + b$$



Função Afim

a e b são coeficientes da função

a = coeficiente angular

b = coeficiente linear

FUNÇÃO IDENTIDADE

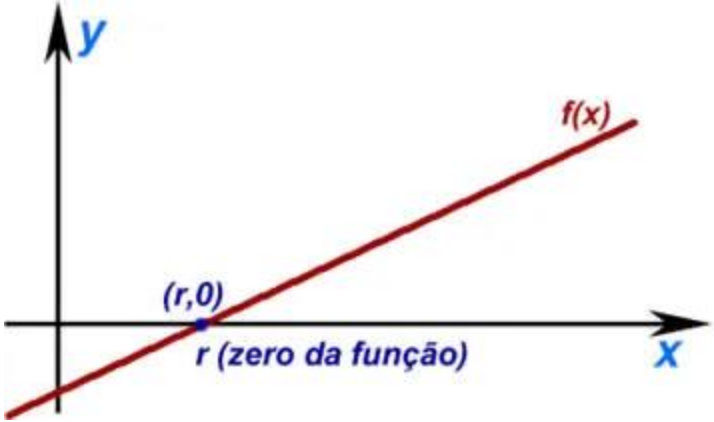
Uma função afim $f = ax + b$, com $a = 1$ e $b = 0$.

$$f = x$$

Zero de uma Função Afim

1) O zero de uma função f é todo valor x de de seu domínio tal que $f(x) = 0$

1) Podemos obter o zero de uma função afim resolvendo a equação $ax + b = 0$



Exemplo Função Afim

Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R$ 16,00 mais um custo variável de R$ 1,50 por unidade produzida. Sendo x o número de peças unitárias produzidas, determine:

a) A lei da função que fornece o custo da produção de x peças;

b) Calcule o custo de produção de 400 peças.

Exemplo Função Afim

RESOLUÇÃO:

a) a) $f(x) = 1{,}5x + 16$

a) $f(x) = 1{,}5x + 16$

$f(400) = 1{,}5 * 400 + 16$

$f(400) = 600 + 16$

$f(400) = 616$

O custo para produzir 400 peças será de R$ 616,00.

Exercícios

1) Um táxi começa uma corrida com o taxímetro a R$ 4,00. Cada quilômetro rodado custa R$ 1,50. Se no final de uma corrida, o passageiro pagou R$ 37,00, a quantidade de quilômetros percorridos foi:

Função Quadrática (2º Grau)

Uma função f: $\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, que todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número f=ax^2 +bx+c, com a,b e c reais, e a , é denominada **função quadrática**.

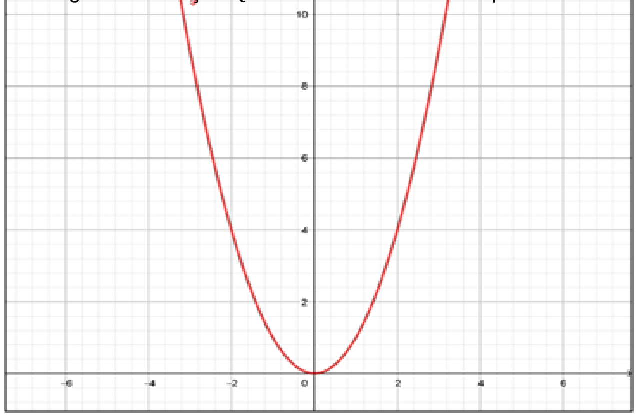
Dizemos que a,b e c são os coeficientes da função.

Coeficientes de uma Função Quadrática

Em uma função quadrática se o coeficiente a for maior que 0 , teremos no gráfico uma parábola com concavidade voltada para cima.

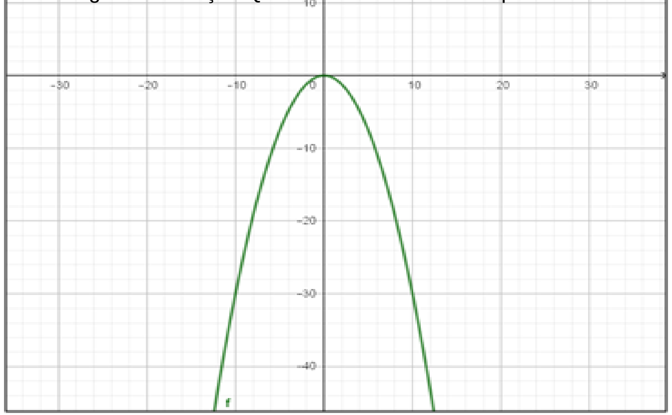
Em uma função quadrática se o coeficiente a for maior que 0 , teremos no gráfico uma parábola com concavidade voltada para baixo.

Figura 8 – Função Quadrática – Concavidade para cima



Fonte: https://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php

Figura 9 - Função Quadrática - Concavidade para baixo



Fonte: https://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php

Zeros de uma Função Quadrática

Determinar as raízes ou zero de uma função do 2º grau consiste em determinar os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas no plano cartesiano. Dada a função ***f(x) = ax² + bx + c***, podemos determinar sua raiz considerando f(x) = 0, dessa forma obtemos a equação do 2º grau ***ax² + bx + c = 0***, que pode ser resolvida pelo método resolutivo de Bháskara.

? > 0 → a função do 2º grau possui duas raízes reais distintas.

? = 0 → a função do 2º grau possui apenas uma raiz real.

? < 0 → a função do 2º grau não possui nenhuma raiz real.

Fórmula de Bhaskara

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

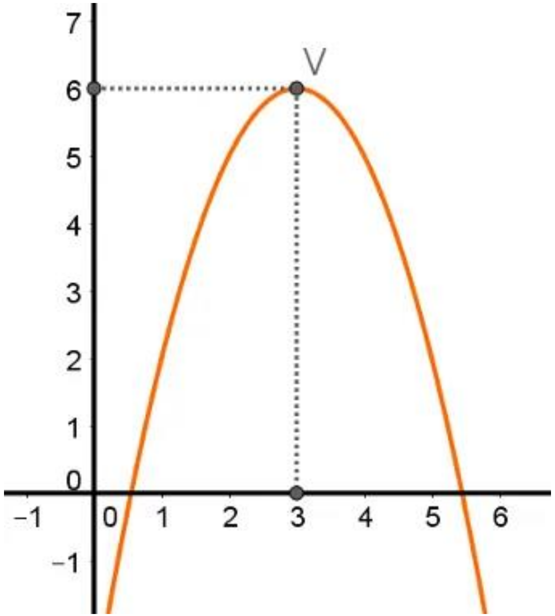
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Valor Máximo ou Mínimo de uma Função Quadrática

Ponto de máximo

Toda **função** do **segundo grau** com a < 0 possui **ponto de máximo**. Em outras palavras, o ponto de máximo somente é possível em funções com a concavidade voltada para baixo. Como mostra a imagem a seguir, o ponto de máximo V é o ponto mais alto das funções do segundo grau com a < 0.

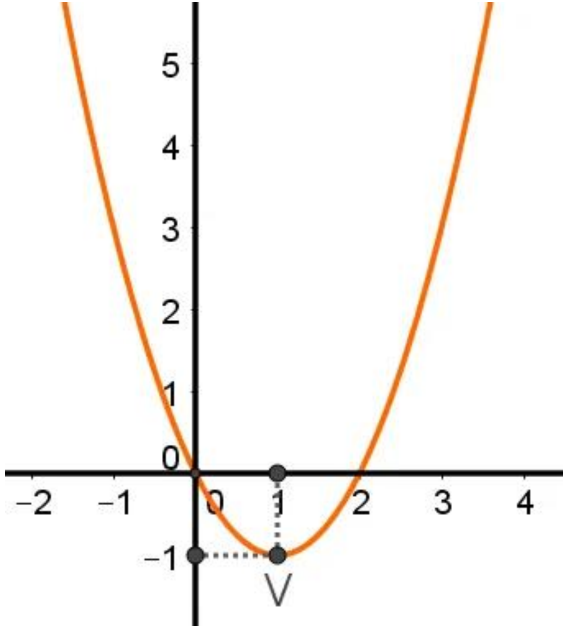


lembre-se de que o ponto de máximo sempre coincide com o vértice da função com concavidade voltada para baixo.

Valor Máximo ou Mínimo de uma Função Quadrática

Ponto de mínimo

Toda **função** do **segundo grau** com o coeficiente a > 0 possui **ponto de mínimo**. Em outras palavras, o ponto de mínimo somente é possível em funções com concavidade voltada para cima. Observe na figura a seguir que V é o ponto mais baixo da parábola:



Lembre-se também de que o ***ponto de mínimo*** *sempre coincide com o* ***vértice*** *da função com concavidade voltada para cima.*

Valor Máximo ou Mínimo de uma Função Quadrática

Ponto de máximo ou de mínimo na lei de formação da função

$f(x) = ax^2 + bx + c$

Sabendo que a coordenada x do **vértice** de uma **função** é representada por xv, teremos:

$$x_V = \frac{-b}{2a}$$

Sabendo que a coordenada y do **vértice** de uma **função** é representada por yv, teremos:

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Portanto, as coordenadas do vértice V serão: $V = (x_V, y_V)$.

Valor Máximo ou Mínimo de uma Função Quadrática

Ponto de máximo ou de mínimo na lei de formação da função

Se o **vértice** será ponto de **máximo** ou de **mínimo**, basta analisar a concavidade da parábola:

Se $a < 0$, a parábola possui **ponto de máximo**.

Se $a > 0$, a parábola possui **ponto de mínimo**.

Exemplo Máximo e Mínimo

Determine o **vértice** da função $f(x) = x^2 + 2x - 3$ e diga se ele é **ponto de máximo** ou de **mínimo**.

Exemplo Máximo e Mínimo

RESOLUÇÃO

Calcule as coordenadas do **vértice** pelas fórmulas dadas, sabendo que a = 1, b = 2 e c = – 3.

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-2}{2\cdot 1}$$

$$x_v = -1$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(2^2 - 4\cdot 1\cdot[-3])}{4\cdot 1}$$

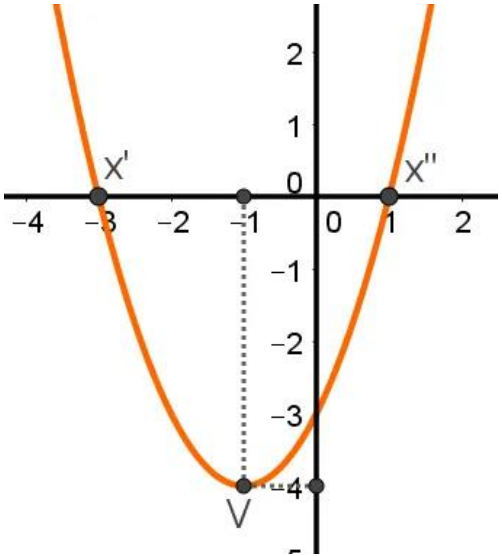
$$y_v = \frac{-(4 + 12)}{4}$$

$$y_v = \frac{-16}{4}$$

$$y_v = -4$$

Exemplo Máximo e Mínimo

Então, $V = (-1, -4)$ e a função possuem ***ponto de mínimo****, pois $a = 1 > 0$.*

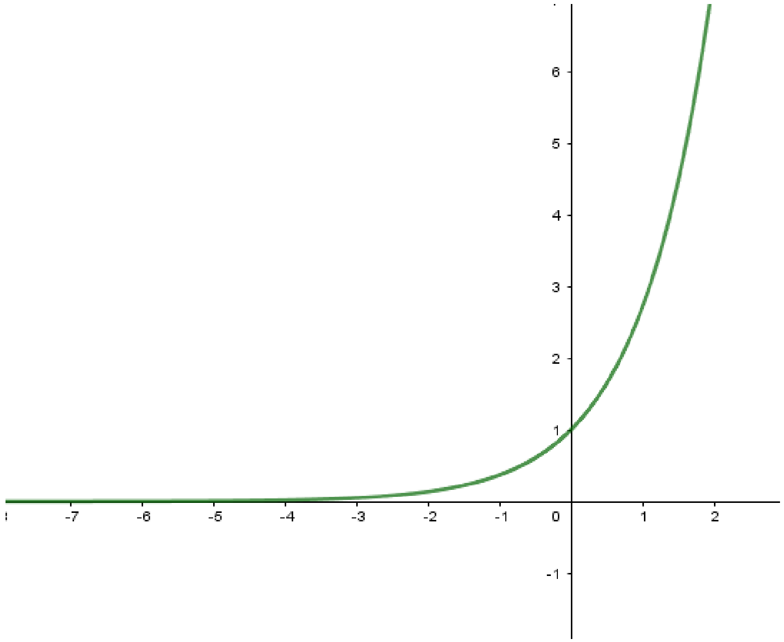


Exercícios

1) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Função Exponencial

- Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, definida por $f(x)=a^x$, $a>0$ e $a \neq 1$, é denominada **função exponencial**. Um exemplo clássico é a função $f(x)=e^x$, onde e é a constante de Euler.



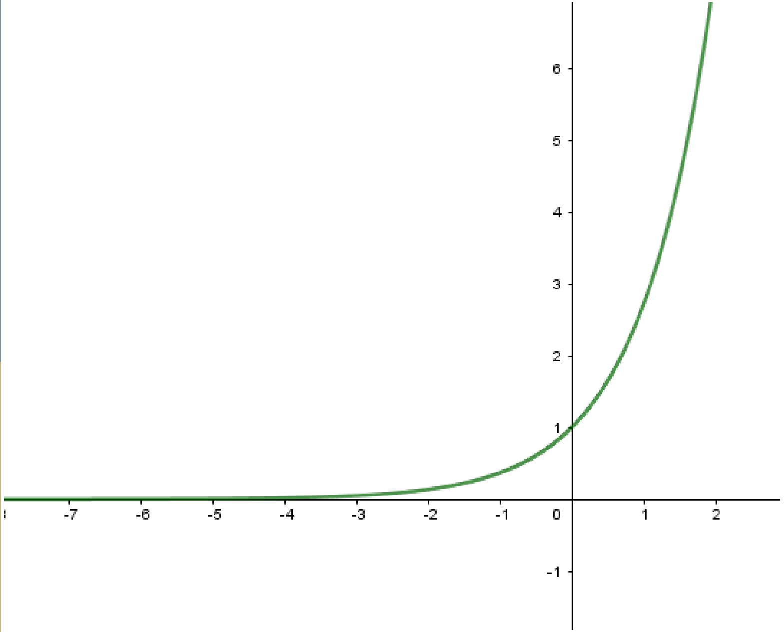
Crescente e decrescente

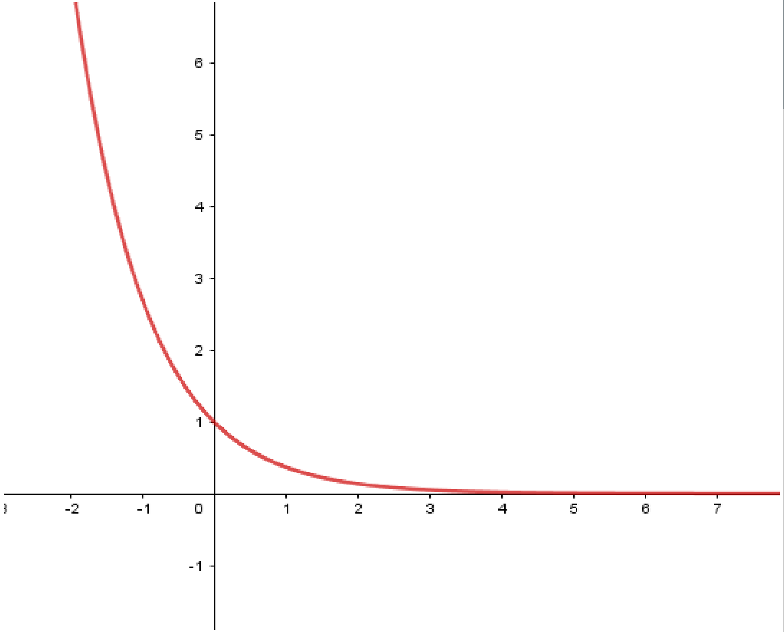
- Seja $f(x)=a^x$ uma função exponencial. Essa função é **crescente** sempre que $a>1$. De fato. Sejam $m, n \in \mathbb{R}$ tais que $m<n$; então: $m<n \Rightarrow a^m<a^n$.

- Já quando $0<a<1$, a função é **decrescente**. Isso pode ser mostrado do mesmo modo que feito anteriormente.

- O gráfico de uma função exponencial, chamado de **curva exponencial**, sempre intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0,1)$. Além disso, o gráfico nunca intercepta o eixo das abscissas, pois o único número cuja potência é 0 é o próprio 0.

A função exponencial nos casos em que *a>0* e *0<a<1*





Relembrado Logaritmos

- Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ com $b \neq 1$. Chama-se **logaritmo de *a* na base *b*** o expoente c que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual à a.

- Em simbologia, $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$. Por exemplo, $\log_2 32 = 5$, já que $2^5 = 32$

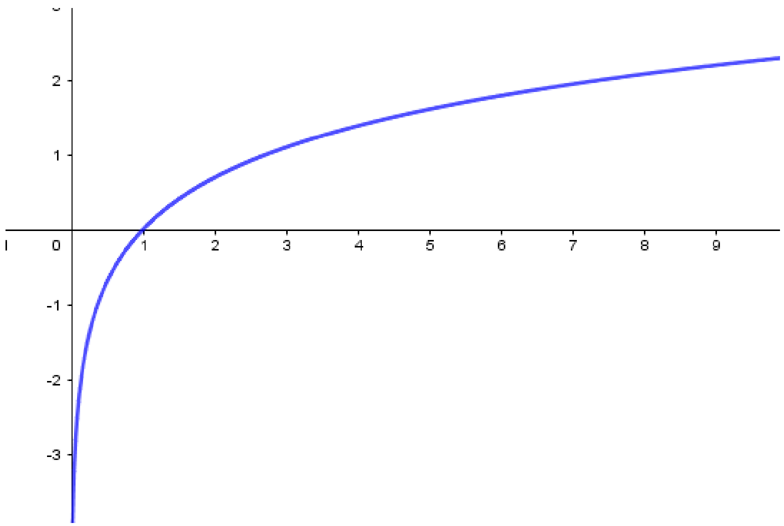
- Os logaritmos possuem certas propriedades, sobre as quais falaremos antes de prosseguirmos para a função. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ com $b \neq 1$ e $n \in \mathbb{R}$.

Propriedades dos logaritmos

- $log_b(ac)=log_b(a) + log_b(c)$
- $log_b(a/c)=log_b(a) - log_b(c)$
- $log_b(a^n)=n \cdot log_b(a)$
- $log_b(a)=[log_c(a)]/[log_c(b)]$
- $log_3(7 \cdot 5)=log_3(7) + log_3(5)$
- $log_4(1/2)=log_4(1) - log_4(2)$
- $log_5(2^{1/3})=(1/3) \cdot log_5(2)$
- $log_{11}7=[log_{13}(7)]/[log_{13}(11)]$

Função Logarítmica

- Uma função f: $\mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, definida por *$f(x)=log_a x$, $a>0$* e *$a\neq1$*, é denominada **função logarítmica**. Um exemplo clássico é a função *$f(x)=log_e x$*, escrita *$f(x)=ln\ x$*, onde a base é a constante de Euler.



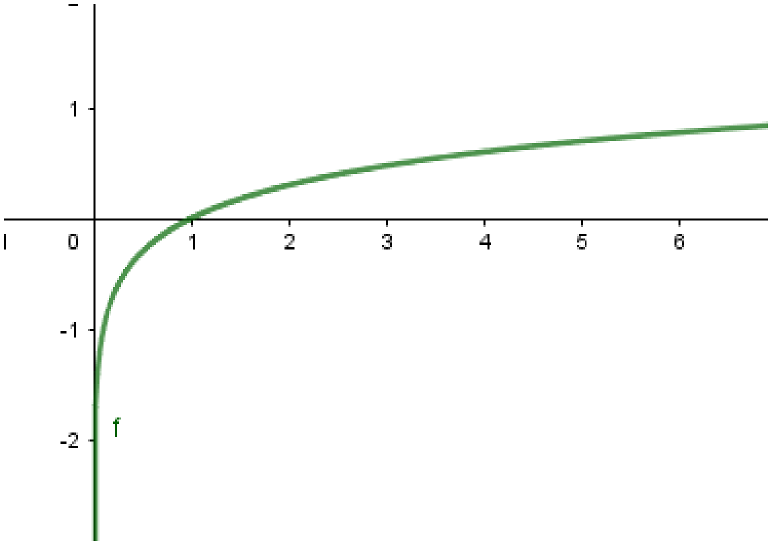
Crescente e Decrescente

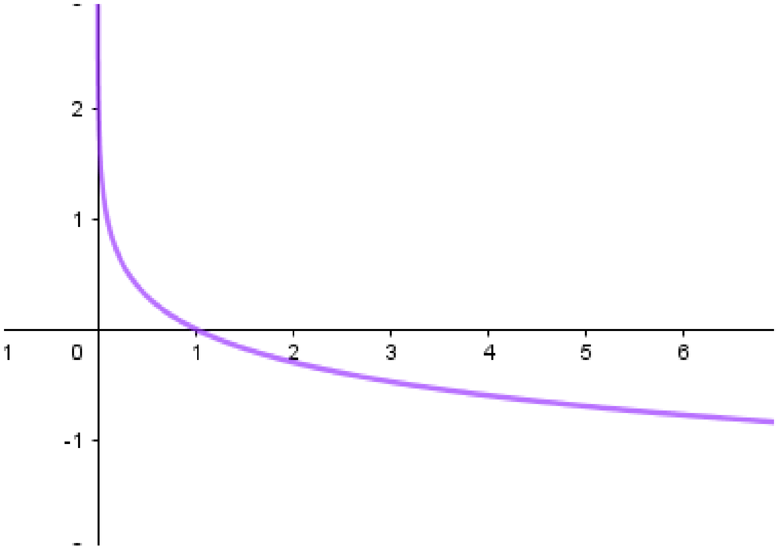
- Seja $f(x)=log_a x$ uma função logarítmica. Essa função é **crescente** sempre que $a>1$. De fato. Sejam $m, n \in \mathbb{R}$ tais que $m<n$; então: $m<n \Rightarrow log_a m<log_a n$.

- Já quando $0<a<1$, a função é **decrescente**. Isso pode ser mostrado do mesmo modo que feito anteriormente.

- O gráfico de uma função logarítmica sempre intercepta o eixo das abscissas no ponto $(1,0)$. Além disso, o gráfico nunca intercepta o eixo das ordenadas.

A função exponencial nos casos em que $a>0$ e $0<a<1$





Exercícios

- Dadas as funções $f(x)=2^{x^2-4}$ e $g(x)=4^{x^2-2x}$, se x satisfaz $f(x)=g(x)$, então 2^x é:

$$2^{x^2-4} = 4^{x^2-2x} \Leftrightarrow 2^{x^2-4} = (2^2)^{x^2-2x}$$
$$2^{x^2-4} = 2^{2x^2-4x} \Leftrightarrow x^2-4 = 2x^2-4x$$
$$x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=0$$
$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$
$$2^x = 2^2 = 4$$

- Estabeleça o domínio das funções a seguir:

$y=log_{x-1}(-3x+9)$

$$x-1 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$$
$$-3x+9>0 \Leftrightarrow 3x<9 \Leftrightarrow x<3$$
$$x-1>0 \Leftrightarrow x>1$$
$$(-\infty,3)\cap(1,+\infty)=(1,3)$$
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \in (1,3) \ \text{ e } \ x \neq 2\}$$

Função Modular

O valor absoluto ou módulo de um número real a, indicado por $|a|$, é dado pelo próprio número a, se $a \geq 0$, ou por $-a$, se $a < 0$. Em resumo:

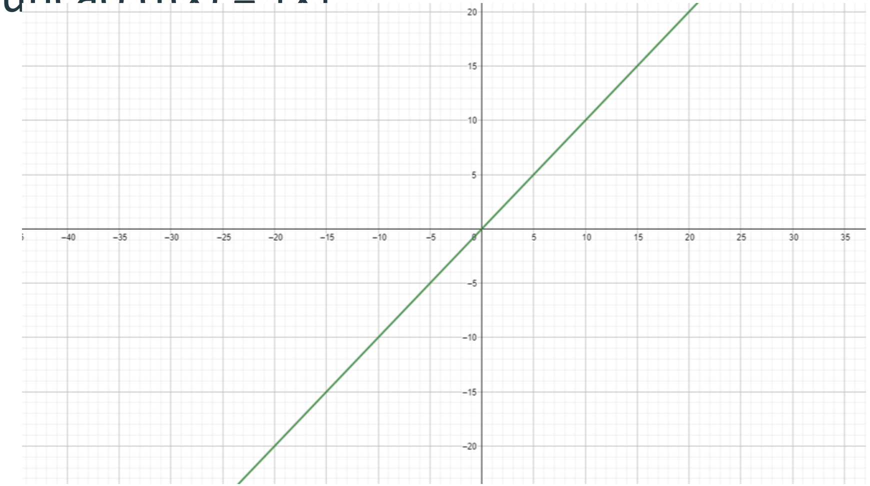
$$|a| = \{\, a,\ se\ a \geq 0 \text{ ou } -a,\ se\ a < 0 \,\}$$

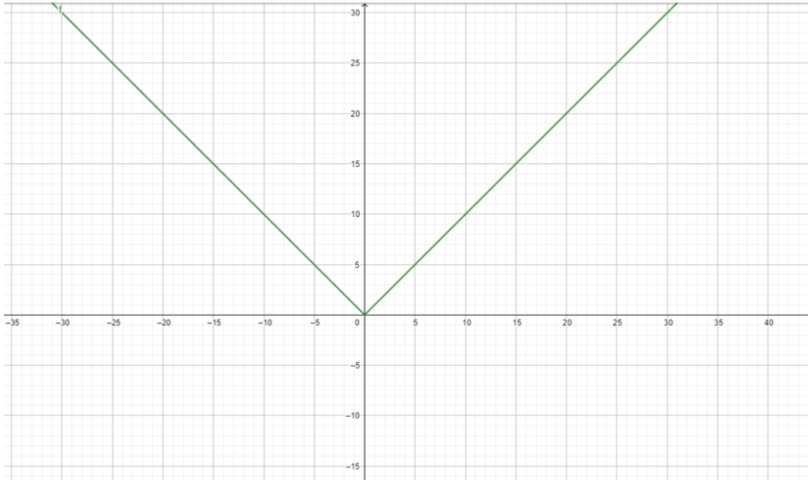
Denomina-se função modular a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x)$ = $|x|$, isto é:

$$f(x) = \{\, x,\ se\ x \geq 0 \text{ ou } -x,\ se\ x < 0\}$$

Ao representar um módulo negativo, o gráfico para na intersecção e volta a fazer o sentido ascendente. Isso porque tudo o que fica abaixo tem valor negativo e os módulos negativos sempre tornam-se números positivos:

Antes: função original (f(x) = x) Depois: módulo da função (f(x) = |x|





Exemplo:

Dado a função $f(x) = |4x - 3|$, qual o valor de $f(3)$ e de $f(-3)$.

$$f(3) = |4.(3) - 3|$$

$$f(3) = | 12 - 3|$$

$$f(3) = | 9 | = 9$$

$$f(-3) = |4. (-3) - 3|$$

$$f(-3) = |-12 - 3|$$

$$f(-3) = |-15| = 15$$

Exemplo:

Dado a função $f(x) = |2x + 1| - 7$, qual o valor de $f(2)$ e de $f(-5)$.

então, $f(2)$ é:

$$f(2) = |2.(2) + 1| - 7$$

$$f(2) = |4 + 1| - 7$$

$$f(2) = |5| - 7$$

$$f(2) = 5 - 7 = -2$$

$$f(x) = |2x + 1| - 7$$

então, f(-5)é:

$$f(-5) = |2.(-5) + 1| - 7$$

$$f(-5) = |-10 + 1| - 7$$

$$f(-5) = | -9| - 7$$

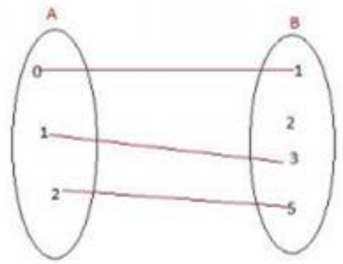
$$f(-5) = 9 - 7 = 2$$

Exercício

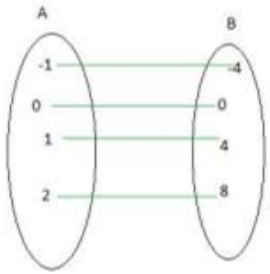
1) Construa o gráfico da função modular $f(x) = 2 + |x - 1|$.

Lista de exercícios:

1. Analise o diagrama abaixo e determine: o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem.



2. Defina a função abaixo e classifique-a em injetora, sobrejetora ou bijetora.



3. Seja a função f: D → R dada pela lei de formação $f(x) = 5x + 2$, de domínio D = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4}. Determine o conjunto imagem dessa função.

4. Sejam f e g funções reais, sendo que $f(x) = 4x - 2$ e $f(g(x)) = 2x + 10$. Determine a lei de formação da função g(x).

5. Suponha a função real $g(x) = x+1$ e $f(x) = x^4$. Encontre a função decorrente da composição de f(g(x)).

6. Uma função f é dada por $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais. Considerando que $f(-1) = 3$ e $f(1) = -1$, determine $f(3)$.

7. Uma função satisfaz a relação $f(2x) = 2f(x) + f(2)$ para qualquer valor real de x. Sabendo-se que $f(4) = 6$, calcule $f(16)$.

8. Determine a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo que $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$.

9. O gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 - mx + (m - 1)$, em que $m \in R$, tem um único ponto em comum com o eixo das abscissas. Determine y associado ao valor de $x = 2$.

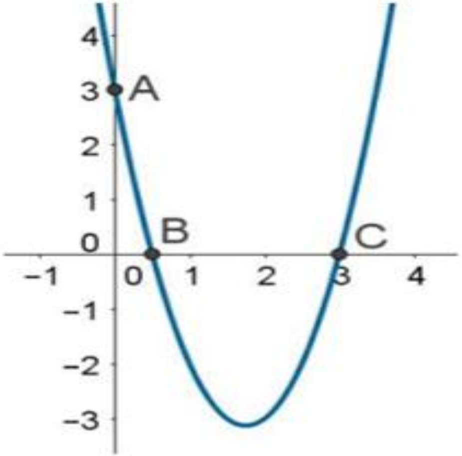
10. Calcule o valor de k de modo que a função $f(x) = 4x^2 - 4x - k$ não tenha raízes, isto é, o gráfico da parábola não possui ponto em comum com o eixo x.

11. Qual é a soma das coordenadas do vértice de uma função do segundo grau definida por $f(x) = 2x^2 + 10x + 12$?

12. Qual a altura máxima atingida por um projétil cuja trajetória pode ser descrita pela função: $h(x) = -4x^2 + 5$, sabendo que h é a altura do projétil e que x é a distância percorrida por ele, em metros?

13. Sabe-se que o custo de C para produzir x unidades de certo produto é dado pela expressão $C = x^2 - 80x + 3000$. Calcule o a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

14. A partir da análise das informações no gráfico a seguir, referente a uma função do segundo grau, assinale a alternativa correta.



a) Os pontos A, B e C são as raízes da função.

b) O ponto B é o ponto de encontro entre a função e o eixo y.

c) O ponto C é o ponto de encontro entre a função e o eixo y.

d) As raízes dessa função são: $x = 1$ e $x = 3$.

e) O coeficiente "a" dessa função é positivo.

15. Um projétil da origem O (0,0), segundo um referencial dado, percorre uma trajetória parabólica que atinge sua altura máxima no ponto (2,4). Escreva a equação dessa trajetória.

16. Dadas as funções $f(x) = 2^{x^2 - 4}$ e $g(x) = 4^{x^2 - 2x}$, se x satisfaz $f(x) = g(x)$, então 2^x é:

17. Na função exponencial a seguir, calcule o valor de k. Considere uma função crescente.

$$g(x) = (3k + 16)^x$$

18. Estabeleça o domínio das funções a seguir:

a) $y = \log_3 (x - \frac{1}{2})$

b) $y = \log_{(x-1)} (-3x + 9)$

c) $y = \log_{(x+2)} (x^2 - 4)$

19. Construa o gráfico das funções:

a) $y = \log_2 x$

b) $y = \log_{1/2} x$

20. Se $f(x) = x^2 + 2x$ **e** $g(x) = |x^3| + 2x$, determine a composta de f com g e de g com **f**.

21. Construa o gráfico da função modular $f(x) = 2 + |x - 1|$.

Obrigado a todos!