

Lista de Exercícios - Nivelamento

1 Conjuntos

1. Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V (verdadeiro) ou F (falso) cada sentença abaixo e justifique.
 - (a) $A \subset D$
 - (b) $A \subset B$
 - (c) $B \subset C$
 - (d) $D \supset B$
 - (e) $C = D$
 - (f) $A \not\subset C$
2. Determine o conjunto X tal que: $\{a, b, c, d\} \cup X = \{a, b, c, d, e\}$, $\{c, d\} \cup X = \{a, c, d, e\}$ e $\{b, c, d\} \cap X = \{c\}$.
3. Uma população consome três marcas de sabão em pó: A, B e C. Feita uma pesquisa de mercado, colheram-se os resultados tabelados abaixo:
Forneça:

Marca	A	B	C	A e B	B e C	C e A	A, B e C	Nenhuma das três
Nº de Consumidores	109	203	162	25	41	28	5	115

- (a) O número de pessoas consultadas;
- (b) O número de pessoas que só consomem a marca A;
- (c) O número de pessoas que não consomem as marcas A ou C;

- (d) O número de pessoas que consomem ao menos duas marcas.
4. Prove que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
5. Dados dois números x e y reais e positivos, chama-se média aritmética de x com y o real $a = \frac{x+y}{2}$ e chama-se média geométrica o real $g = \sqrt{xy}$. Mostre que $a \geq g$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

2 Potenciação

1. A fração $\frac{2^{98}+4^{50}-8^{34}}{2^{99}-32^{20}+2^{101}}$ é igual a:
- (a) 1
 - (b) $-\frac{11}{6}$
 - (c) 2
 - (d) $-\frac{5}{2}$
 - (e) $\frac{7}{4}$
2. Reduza a uma potência.
- (a) $[(2^2)^5]$
 - (b) $\frac{4}{8}$
 - (c) $5^2 \cdot 5^5 \cdot 5^{-1}$
 - (d) $3^4 \cdot 9^5 \cdot (\frac{1}{3})^5$
3. Um adulto humano saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu trato digestivo. Esse número de bactérias pode ser escrito como
- (a) 10^9
 - (b) 10^{10}
 - (c) 10^{11}
 - (d) 10^{12}
 - (e) 10^{13}
4. Simplificando a expressão $[2^9 : (2^2 \cdot 2)^3]^{-3}$, obtém-se:

- (a) 2^{36}
- (b) 2^{-30}
- (c) 2^{-6}
- (d) 1

5. O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

6. O valor da expressão $(-1)^0 + (-6) : (-2) - 2^4$ é:

3 Equações de 1º Grau

1. Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses?

2. Resolva as equações a seguir:

- (a) $18x - 43 = 63$
- (b) $23z - 22 = 14 - 17z$
- (c) $10y - 5(1 + y) = 3(2y - 2) - 20$
- (d) $\frac{x-5}{10} + \frac{3x-1}{5} = \frac{6x+3}{4}$

3. Qual é o número que adicionado a 23 é igual a sua metade mais 7?

4. Determine um número real “a” para que as expressões $\frac{3a+6}{8}$ e $\frac{2a+10}{6}$ sejam iguais.

5. (Unicamp-SP) Roberto disse a Amanda: “Pense em um número, dobre esse número, some 12 ao resultado, divida o novo resultado por 2. Quanto deu?” Amanda disse: “15”. Roberto imediatamente revelou o número original em que Amanda havia pensado. Calcule esse número.

4 Produtos Notáveis

1. A respeito dos produtos notáveis, assinale a alternativa correta.

- (a) $(x + a)^2 = x^2 + a^2$
- (b) $(x + a)^2 = x^2 + xa + a^2$

(c) $(x - a)^2 = x^2 - a^2$

(d) $(x - a)^2 = x^2 - 2x \cdot a^2$

(e) $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

2. O resultado $y^2x^2 - 4a^2$ é obtido por meio de qual dos produtos notáveis abaixo?

(a) $(yx + 2a)(yx - 2a)$

(b) $(yx + 2a)(yx + 2a)$

(c) $(x + a)(y^2)$

(d) $(y + a)(x + 2)$

(e) $(yx + 2a)^2$

3. Qual o resultado de $(2a + 3b)^3$?

4. Qual binômio resulta em $16x^2 + 40xy + 25y^2$?

5. (IMNEC-2004) A diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre dois números reais é igual a:

(a) diferença dos quadrados dos dois números.

(b) soma dos quadrados dos dois números.

(c) diferença dos dois números.

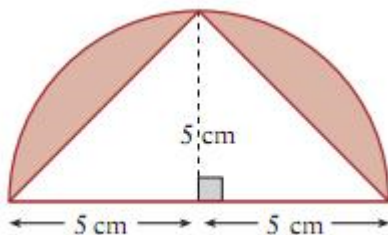
(d) ao dobro do produto dos números.

(e) ao quádruplo do produto dos números.

5 Perímetro, Área e Volume

1. Sabe-se que o perímetro de um retângulo é 60 cm e o comprimento desse retângulo é de 22 cm. Defina a largura do retângulo.
2. Considere um triângulo isósceles T cujo perímetro seja 70 cm, diminuindo 2 cm na base do triângulo e aumentando 5% nos lados de mesma medida, obtém-se outro triângulo isósceles P de mesmo perímetro. Quais são as dimensões dos dois triângulos?

- Uma pizza tem 22 cm de raio. Na pizzaria há caixas com base quadrada com 25 cm, 30 cm, 45 cm e 50 cm. Em que caixas caberá a pizza?
- Observa a figura. Determina a área da parte colorida da figura. (considere $\pi = 3,14$).



- Um cilindro possui volume igual a 7850 cm^3 e seu diâmetro mede 10 centímetros. Qual é a medida da altura desse cilindro? (Considere $\pi = 3,14$).
- (PM ES - Exatus 2013). Determinado cubo possui volume de 729 cm^3 . Cada face desse cubo possui área de:

6 Regra de Três Simples e Composta

- Um automóvel gasta 3h para percorrer um percurso a 80 km/h. Quanto tempo levaria para fazer o mesmo percurso a 50 km/h?
- Um operário trabalhou 8 horas por dia durante 12 dias e ganhou R\$ 1000,00. Quanto teria recebido se tivesse trabalhado 10h por dia durante 15 dias?
- Três pedreiros constroem 150 metros de muro com 3 metros de altura, em 5 dias, trabalhando 10 horas por dia. Determinar quantos dias serão necessários para que 5 pedreiros construam 240 metros de muro, com 1,5 metros de altura, trabalhando 8 horas por dia.
- Uma usina produz 500 litros de álcool com 6 000 kg de cana-de-açúcar. Determine quantos litros de álcool são produzidos com 15 000 kg de cana.
- Uma equipe de 5 professores gastou 12 dias para corrigir as provas de um vestibular. Considerando a mesma proporção, quantos dias levarão 30 professores para corrigir as provas?

7 Sistema de Equações Lineares

1. A soma de dois números naturais é 13 e a diferença entre eles é 3. Quais são esses números?
2. Uma senhora resolveu vender bombons e trufas na porta de uma escola para complementar a renda familiar. No primeiro dia, ela faturou R\$ 107,50 com a venda de 25 bombons e 15 trufas. No dia seguinte, seu faturamento foi igual a R\$ 185,00 e foram vendidos 20 bombons e 45 trufas. Quanto pagou um aluno que comprou, dessa senhora, 4 bombons e 3 trufas?
3. Num sítio existem patos e porcos, num total de 40 cabeças e 128 pés. Determine o número de porcos nesse sítio.
4. Obtenha o conjunto solução dos sistemas abaixo

(a)
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

5. (VUNESP-04) Maria tem em sua bolsa R\$15,60 em moedas de R\$ 0,10 e de R\$ 0,25. Dado que o número de moedas de 25 centavos é o dobro do número de moedas de 10 centavos, qual o total de moedas na bolsa?

8 Matrizes

1. Seja $A = (a_{ij}) = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 15 & -6 \\ 5 & \sqrt{2} & -12 & -9 \\ \pi & -9 & -16 & 10 \end{bmatrix}$.

- (a) Quem é a_{11} ?
- (b) Quem é a_{31} ?
- (c) Qual a_{ij} é igual à $\sqrt{2}$?

(d) Qual a_{ij} é igual à a_{24} ?

2. Seja $A = \begin{bmatrix} 4 & -20 & 2 \\ 1 & 13 & -1 \\ \sqrt{3} & -\frac{1}{4} & -6 \end{bmatrix}$ e seja $B = \begin{bmatrix} 4 & -20 & x \\ 1 & 13 & y \\ z & -\frac{1}{4} & -6 \end{bmatrix}$. Quais devem ser os valores de x , y e z para que A seja igual a B ?

3. Qual a soma das matrizes $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & -7 \\ -9 & 11 \\ 13 & -15 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 6 \\ 8 & -10 \\ -12 & 14 \end{bmatrix}$?

4. Qual o resultado de $\frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -3 & e & 6 \end{bmatrix}$?

5. Sejam $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 9 & -20 \end{bmatrix}$. Calcule o produto $A \cdot B$.

6. Qual a transposta da matriz resultante do exercício anterior?

9 Equações de 2º Grau

1. A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão $V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$ representa o volume (em m^3) de água presente no tanque no instante t (em minutos). Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?
2. Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A segunda dedetização aconteceu em que qual dia?
3. Qual é a distância entre as raízes da função $f(x) = 5x^2 - 125$?

4. Determine os valores de m , para que a função $f(x) = (m - 2)x^2 - 2x + 6$ admita raízes reais.
5. Um retângulo possui a largura igual ao comprimento acrescido de quatro unidades. Sabendo que o produto entre a largura e o comprimento desse retângulo menos cinco tem zero como resultado, calcule suas dimensões.

Gabarito

Conjuntos:

1. (a) V, pois $1 \in A, 1 \in D, 2 \in A$ e $2 \in A$
(b) F, pois $1 \in A$ e $1 \notin B$
(c) F, pois $2 \in B$ e $2 \notin C$
(d) V, pois $2 \in B, 2 \in D, 3 \in B$ e $3 \in D$
(e) F, pois $2 \in D$ e $2 \notin C$
(f) V, pois $2 \in A$ e $2 \notin C$
2. $X = \{a, c, e\}$
3. (a) 500
(b) 61
(c) 257
(d) 84
4. Admitamos que a fração irredutível $\frac{a}{b}$ seja tal que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$. Desse modo temos:
 $\frac{a}{b} = \sqrt{2} \implies a^2 = 2b^2 \implies a^2$ é par.
Fazendo $a = 2m$, com $m \in \mathbb{Z}$, temos:
 $a^2 = 2b^2 \implies (2m)^2 = 2b^2 \implies b^2 = 2m^2 \implies b^2$ é par $\implies b$ é par e isso é absurdo, pois $\text{mdc}(a, b) = 1$.
5. Comparemos a e g :
 $a - g = \frac{x+y}{2} - \sqrt{xy} = \frac{x+y-2\sqrt{xy}}{2} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{2} \geq 0$. Então, $a \geq g$.

Potenciação:

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1. Letra b | 3. Letra c |
| 2. (a) 2^{10}
(b) 2^{-1}
(c) 5^6
(d) 3^9 | 4. Letra d
5. 0,0336
6. -12 |

Equações de 1º Grau:

1. $x = 130$
2. (a) $x = \frac{53}{9}$
(b) $z = \frac{9}{10}$
(c) $y = 21$
(d) $x = -\frac{29}{16}$

3. $X = -32$

4. $a = 22$

5. $X = 9$

Produtos Notáveis:

1. e
2. a
3. $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$
4. $(4x + 5y)^2$
5. e

Gabarito Perímetro, área e volume:

1. 8 cm.
2. Triângulo T base: 30, lado: 20 e 20 / Triângulo P base: 28, lado: 21 e 21.
3. Nas caixas de 45 e 50 centímetros.
4. $14,25 \text{ cm}^2$.
5. 100 cm.
6. 81 cm^2 .

Regra de três:

1. tempo = 4,8 h.
2. Teria recebido R\$ 1562,50.
3. $d = 3$ dias.
4. Serão produzidos 1 250 litros de álcool com 15 000 kg de cana-de-açúcar.
5. A equipe de 30 professores levará 2 dias para corrigir as provas.

Sistemas:

1. 8 e 5.
2. O aluno pagou R\$19,00.
3. O sitio tem 24 porcos.
4. (a) $S = \{4, 3\}$
(b) $S = \{1, 1\}$
(c) $S = \{1, -1\}$
5. Maria tem 26 moedas de R\$ 0,10 e 52 moedas de R\$ 0,25. No total, Maria tem 78 moedas.

Matrizes:

1. (a) -7
(b) π
(c) a_{22}
(d) a_{32}
2. $x = 2, y = -1, z = \sqrt{3}$
3.
$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
4.
$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & -1 & \frac{e}{3} & 2 \end{bmatrix}$$
5.
$$\begin{bmatrix} 6 & -24 \\ \frac{51}{4} & 25 \end{bmatrix}$$
6.
$$\begin{bmatrix} 6 & \frac{51}{4} \\ -24 & 25 \end{bmatrix}$$

Equações de 2º Grau:

1. 6 horas ou 360 minutos
2. 20º dia

3. As raízes são 5 e -5 . Como ambos os valores estão sobre o eixo x , não é necessário usar a fórmula da distância entre dois pontos, basta lembrar que a distância entre 5 e a origem da reta numérica (eixo x) é 5 e que a distância entre -5 e a origem também é 5. Assim, a distância entre as duas raízes da equação é igual a 10.
4. $m \leq \frac{13}{6}$
5. Como x é um dos comprimentos de um retângulo, apenas $x = 1$ é o resultado dessa questão.